Animation

Roue de Barlow

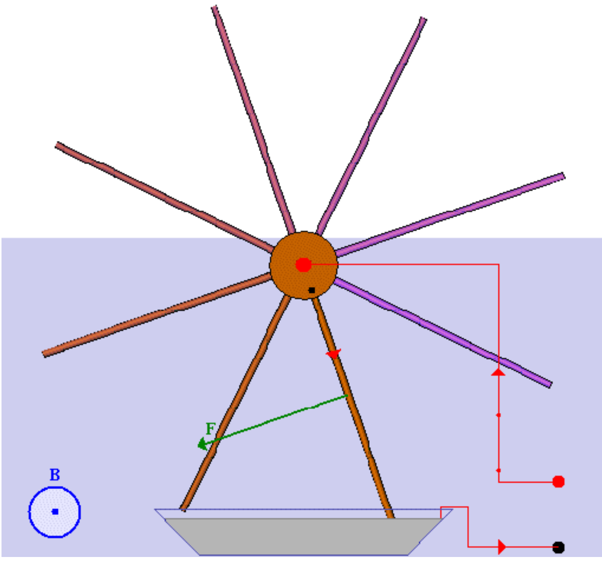
Animation

par Gilbert Gastebois

1. Description

La roue de Barlow est un dispositif pédagogique illustrant le principe du moteur électrique.

2. Schéma



A tout moment un seul rayon est conducteur.

m Masse de la roue

R Rayon de la roue

E Tension d'alimentation

I Intensité du courant

B Champ magnétique

r Résistance du circuit

e' Force contre-électromotrice induite

ω Vitesse angulaire de la roue

h Coefficient de frottement fluide ($f = h\,v$)

J Moment d'inertie de la roue $J \simeq m R^2/3$

3. Étude de la roue de Barlow à rayons

3.1 Moment de la force de Laplace

La force de Laplace agissant sur un élément de longueur dl vaut $\mathbf{dF} = I\,\mathbf{dl} \wedge \mathbf{B}$

dl et **B** étant perpendiculaires on a $F = IB\,dl$

Le moment de F par rapport à l'axe situé à la distance l vaut $dM = IB\,l\,dl$

On intègre sur l de 0 à R, on obtient :

$\mathbf{M_F = IB\,R^2/2}$

Le moment de la force de frottement fluide due au contact de la roue avec le liquide conducteur est :

$\mathbf{M_f = -\,f\,R = -\,h\,v\,R = -\,h\,R^2\,\omega}$

3.2 Force contre-électromotrice e'.

Le rayon conducteur se déplace dans un champ magnétique, il crée donc sur un élément de longueur dl un champ électromoteur opposé au courant de valeur $dE' = v\,B\,dl = l\,\omega\,B\,dl$

La force contre-électromotrice induite e' est l'intégrale de dE' sur le rayon :

$\mathbf{e' = \omega\,B\,R^2/2}$

L'intensité I vaut donc $\mathbf{I = (E - e')/r = (E - \omega\,B\,R^2/2)/r}$

3.3 Équation différentielle du mouvement

Loi de Newton en rotation :

$J\, d\omega/dt = \Sigma M = IB\, R^2/2 - h\, R^2\, \omega = (E - \omega\, B\, R^2/2)/r\;\; B\, R^2/2 - h\, R^2\, \omega$

$J\, d\omega/dt = R^2\, (EB/(2r) - \omega\, (B^2\, R^2/(4r) + h\,))$

$J = m\, R^2/3$

$\mathbf{d\omega/dt + 3\, (B^2\, R^2/(4r) + h)/m\;\; \omega\;\; = 3\, EB/(2mr)}$

3.4 Solution de l'équation différentielle

$d\omega/dt + 3\, (B^2\, R^2/(4r) + h)/m\;\; \omega\;\; = 3\, EB/(2mr)$

La solution est, en partant de l'immobilité :

$\boldsymbol{\omega = \omega_m(1 - e^{-t/\tau})}$ avec

$\boldsymbol{\omega_m = 2\, EB/(B^2R^2 + 4hr)}$ **et** $\boldsymbol{\tau = 4/3\, mr/(B^2R^2 + 4hr)}$

En général $B^2R^2 << 4hr$, on a donc approximativement :

$\omega_m = EB/(2h\, r)$ et $\tau = m/(3h)$

Dans le cas purement théorique où il n'y aurait pas de frottement, on aurait

$\omega_m = 2E/(BR^2)$ ce qui correspond à $e' = E$ et donc $I = 0$

On peut utiliser une roue constituée d'un disque en cuivre. Le phénomène est qualitativement le même, mais l'étude n'est pas aussi simple.

3.5 Puissance de la roue

La puissance mécanique générée sert uniquement à contrecarrer le frottement donc

$P = e'\, I = f\, v = h\, v^2 = h\, R^2\, \omega^2$

En régime stationnaire :

$P = h\, R^2\, \omega_m$

$\mathbf{P = 4\, h(R\, B\, E)^2/(B^2\, R^2 + 4\, h\, r)^2}$

Cette puissance sera maximale pour B tel que $dP/DB = 0$, donc si :

$B = 2\, (h\, r)^{1/2}/R$ et

$\mathbf{P_m = E^2/(4r)}$ **pour** $\mathbf{B_m = 2\, (h\, r)^{1/2}/R}$