

En poursuivant les calculs pour u_3, u_4, \dots on obtient par induction à partir des résultats successifs

$$u_n = 2^0 U_0 / (2^{n+2}) + 2^1 U_1 / (2^{n+2}) + 2^2 U_2 / (2^{n+2}) + \dots + 2^n U_n / (2^{n+2}) + u_{n+1} / 2$$

$$u_n = 1/2^{n+2} \sum_{i=0}^n (2^i U_i) + u_{n+1} / 2$$

$$u_N = U_N / 3 + 2/3 U_{N-1} = U_N / 3 + 2/3 1/2^{N+1} \sum_{i=0}^{N-1} (2^i U_i) + u_N / 3$$

$$2/3 u_N = U_N / 3 + 2/3 1/2^{N+1} \sum_{i=0}^{N-1} (2^i U_i)$$

$$u_N = U_N / 2 + 1/2^{N+1} \sum_{i=0}^{N-1} (2^i U_i) = 2^N U_N / 2^{N+1} + 1/2^{N+1} \sum_{i=0}^{N-1} (2^i U_i) = 1/2^{N+1} \left(\sum_{i=0}^{N-1} (2^i U_i) + 2^N U_N \right)$$

$$u_s = u_N = 1/2^{N+1} \sum_{i=0}^N (2^i U_i)$$

On pose $U_i = a_i U$ (avec $a_i = (0 \text{ ou } 1)$)

$$u_s = U / 2^{N+1} (2^N a_N + \dots + 2^i a_i + \dots + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0)$$

donc u_s est proportionnelle à la valeur binaire affichée sur les entrées

Ex : On prend $N = 7$ (8 entrées) et $U = 5 \text{ V}$,

si on affiche le nombre $142 = 10001110$ en binaire, on aura :

$$u_s = 5/2^8 (128 \times 1 + 64 \times 0 + 32 \times 0 + 16 \times 0 + 8 \times 1 + 4 \times 1 + 2 \times 1 + 0) = 5 \times 142/256 = 2,773 \text{ V}$$