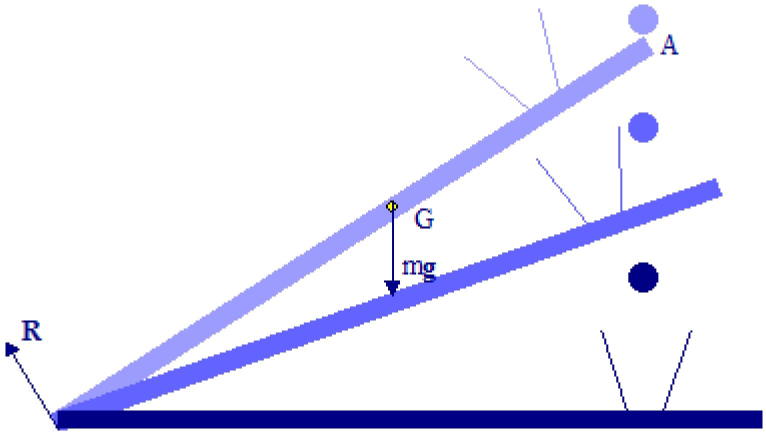
Animation Animation

La chute de la planche

par Gilbert Gastebois

1. Schéma



L Longueur de la planche.

m Masse de la planche

J = m L²/3 Moment d'inertie de la planche par rapport à son axe.

mg Poids de la planche

R Réaction de l'axe

2. Etude du mouvement de la planche

2.1 Accélération du centre de gravité de la planche.

Équation de Newton : $\mathbf{J\ d^2\theta/dt^2 = \Sigma M_F}$

$\mathbf{J\ d^2\theta/dt^2 = M_{mg} + M_R}$

$J\ d^2\theta/dt^2 = -\ mg\ L/2 \cos\theta + 0$

$J\ d^2\theta/dt^2 = -\ mg\ L/2 \cos\theta$ avec $J = m\ L^2/3$

$L/2\ d^2\theta/dt^2 = 3g/4 \cos\theta = a_t$ a_t accélération tangentielle de G

$a_y = a_t \cos\theta = 3g/4 \cos^2\theta < g$ donc G tombe avec une accélération inférieure à la pesanteur! Bizarre ? Pas vraiment car la planche touche le sol, elle n'est donc pas en chute libre, elle subit la réaction R qui diminue son accélération.

2.2 Accélération de l'extrémité de la planche.

Équation de Newton : $\mathbf{J\ d^2\theta/dt^2 = \Sigma M_F}$

$J\ d^2\theta/dt^2 = -\ mg\ L/2 \cos\theta$ avec $J = m\ L^2/3$

$L\ d^2\theta/dt^2 = 3g/2 \cos\theta = a_t$ a_t accélération tangentielle de A

$a_y = a_t \cos\theta = 3g/2 \cos^2\theta a_y > g$ si $\cos^2\theta < 2/3$ donc si $\theta < 35{,}26$ °

donc pour les angles assez petits, l'extrémité de la planche tombe avec une accélération supérieure à la pesanteur et la bille tombe moins vite qu'elle.

3. Angle maximal pour lequel la planche arrive la première au sol

On pourrait penser que cet angle est de 35,26° pour lequel $a_y = g$, mais ce n'est pas le cas car l'accélération augmente quand θ diminue.
C'est l'angle pour lequel l'accélération moyenne pendant la chute est égale à g.
Par une étude numérique on trouve que cet angle $\theta_m = 48{,}39$ °