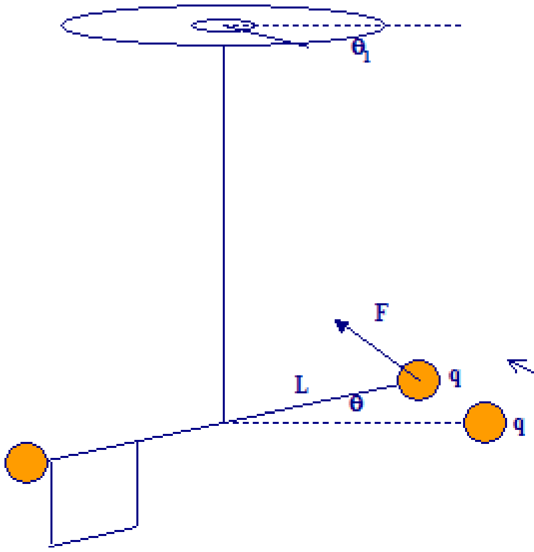
Expérience de Coulomb

par Gilbert Gastebois

1. Schéma des forces



θ_1 : Rotation du disque

θ : Rotation du pendule

U : Tension de charge des sphères

R : Rayon des sphères

q : Charge de chaque sphère $q = 4\pi\varepsilon_o R U$

d : Distance entre les sphères

C : Constante de torsion du fil

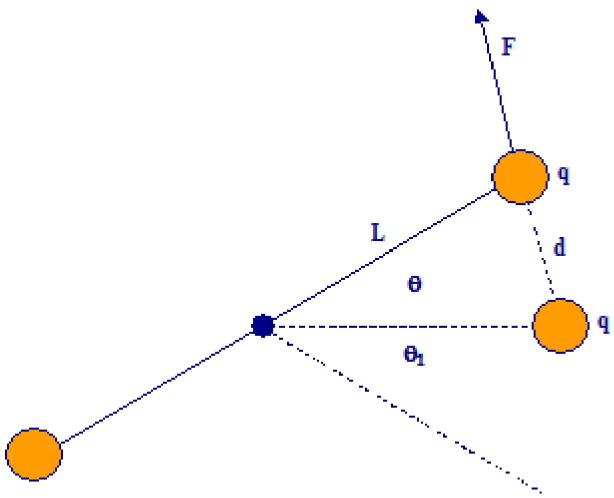
L : Distance entre l'axe et le centre de la sphère

F : Force électrostatique entre les sphères

M : Moment de F à l'équilibre

$M = C (\theta_1 + \theta)$

2. Expérience de Coulomb



On place la charge fixe à la position d'équilibre du pendule non chargé. On met les deux sphères en contact avec la tension U pour les charger d'une même charge q.
A l'équilibre, la somme des moments est nulle.

Le bras de levier de F vaut L cos(θ/2) donc
$F L \cos(\theta/2) = C (\theta_1 + \theta)$
θ est faible donc $\cos(\theta/2)$ est voisin de 1
$F = C/L \ (\theta_1 + \theta)$

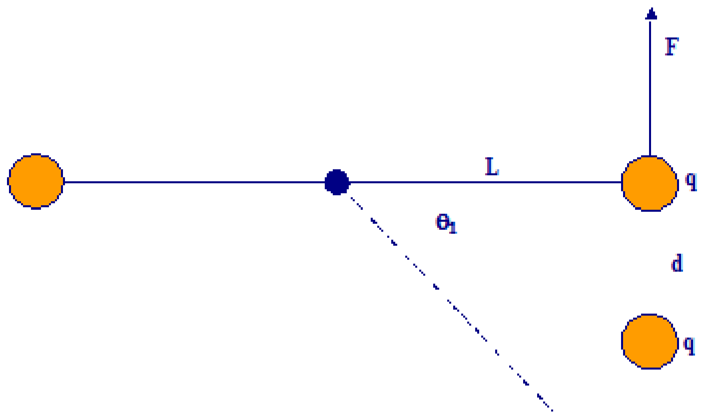
Loi de Coulomb : $F = q^2/(4\pi\varepsilon_o)/d^2$
$d = 2 L \sin(\theta/2) = L\theta$ (θ est faible donc $\sin(\theta/2)$ est voisin de $\theta/2$)

$F = q^2/(4\pi\varepsilon_o)/L^2/\theta^2$

F est proportionnelle à $1/\theta^2$ Le coef de proportionnalité k vaut $q^2/(4\pi\varepsilon_o L^2)$
$q = 4\pi\varepsilon_o R U$ donc $k = 4\pi\varepsilon_o R^2U^2/L^2$
$\varepsilon_o = k L^2/(4\pi R^2U^2)$

3. Autres méthodes

3.1 Schéma



On tord le fil du pendule d'un angle θ_1 pour ramener la sphère à $\theta = 0$.
Dans ces conditions F est perpendiculaire au pendule

3.2 F = f(1/d²)

On maintient la charge fixe et on modifie la distance d

A l'équilibre, la somme des moments est nulle.

Le bras de levier de F vaut L donc
$F L = C \theta_1$
$F = C/L \theta_1$

Loi de Coulomb : $F = q^2/(4\pi\varepsilon_o)/d^2$
F est proportionnelle à $1/d^2$

Le coef de proportionnalité k vaut $q^2/(4\pi\varepsilon_o)$
$q = 4\pi\varepsilon_o R U$ donc $k = 4\pi\varepsilon_o R^2U^2$
$\varepsilon_o = k/(4\pi R^2U^2)$

3.3 F = f(U²)

On maintient la distance d fixe et on modifie la charge q en chargeant les sphères sous la même tension U que l'on fait varier.

A l'équilibre, la somme des moments est nulle.

Le bras de levier de F vaut L donc
$F L = C \theta_1$
$F = C/L \theta_1$

Loi de Coulomb : $F = q^2/(4\pi\varepsilon_o)/d^2$

$q = 4\pi\varepsilon_o R U$

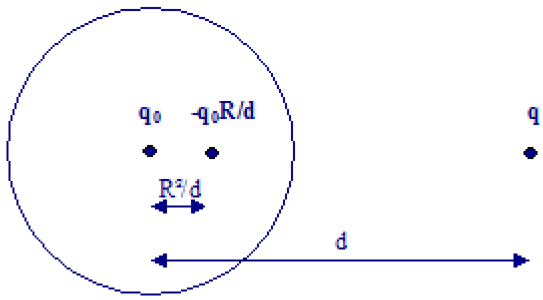
$F = 4\pi\varepsilon_o R^2U^2/d^2$

F est proportionnelle à U^2

Le coef de proportionnalité k vaut $4\pi\varepsilon_o R^2/d^2$

$\varepsilon_o = kd^2/(4\pi R^2)$

4. Influence électrostatique



$q_0 = q/(1-R/d)$

La loi de Coulomb s'applique entre deux charges ponctuelles. Qu'en est-il entre deux sphères métalliques chargées ?

Une charge ponctuelle placée près d'une sphère chargée l'influence en déplaçant ses électrons. Le centre de gravité des charges n'est plus au centre de la sphère et la force n'est plus $F = q^2/(4\pi\varepsilon_o d^2)$

On peut montrer que la sphère de charge q se comporte comme deux charges ponctuelles q_0 et $-q_0R/d$ placées, la première au centre de la sphère et l'autre à la distance R^2/d du centre, telles que :

$q = q_0 - q_0R/d$ ou $q_0 = q/(1-R/d)$.

Dans ces conditions, la sphère est une équipotentielle.

$-q_0R/d$ est appelée charge image de q

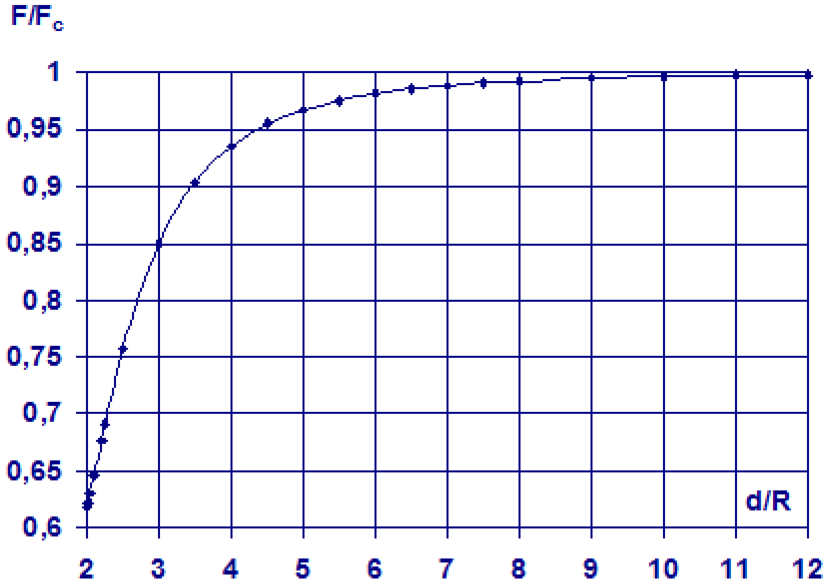
La force entre la sphère et la charge q vaut donc

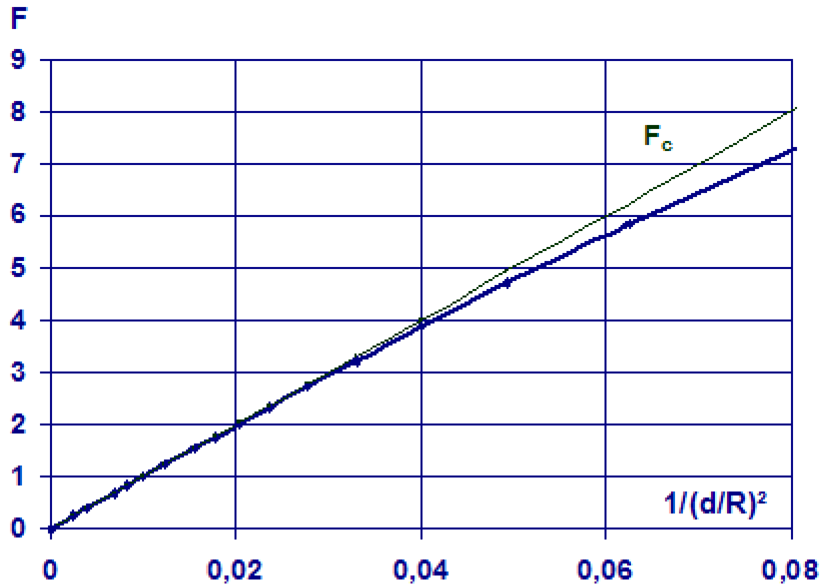
$F = q^2/(4\pi\varepsilon_o)/(1-R/d)/d^2 - q^2R/d/(4\pi\varepsilon_o)/(1-R/d)/(d-R^2/d)^2$

$F = q^2/(4\pi\varepsilon_o)/d^2 \; (1 - R/d/(1-R^2/d^2)^2)/(1-R/d) = F_c \; (1 - R/d/(1-R^2/d^2)^2)/(1-R/d)$

Si $R \ll D$ $F = F_c \; (1 - R^2/d^2)$)Si on place deux sphères identiques de même charge q à la distance d, chaque charge image crée sa propre charge image dans l'autre sphère, ce qui donne une infinité de charges à la place de chaque sphère. La somme de toutes les charges doit être égale à q et la force est égale à la somme doublement infinie des forces entre chaque charge image avec toutes les charges images de l'autre sphère.

Le résultat est que la loi de Coulomb entre deux sphères métalliques chargées n'est applicable que si d est nettement supérieur à R





On voit que la loi de Coulomb s'applique pour $d/R > 7$ ou $1/(d/R)^2 < 0.02$
On a alors $F = 0{,}988\ F_c$ (écart < 1,2%)

La loi de Coulomb s'applique donc correctement pour $d > 7\ R$

L'écart est inférieur à 1% pour $d > 7{,}5\ R$
L'écart est inférieur à 0,1% pour $d > 16\ R$