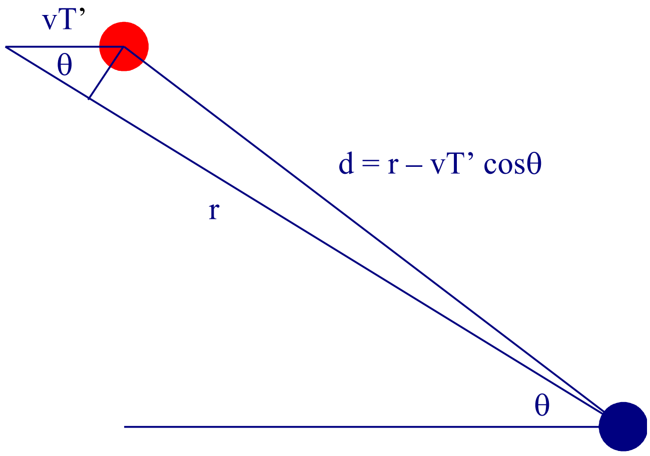
Effet Doppler-Fizeau

par Gilbert Gastebois

L'effet Doppler ou Doppler-Fizeau est le décalage de fréquence dû au mouvement relatif entre un observateur et une source d'ondes.
Cet effet est mis à profit par exemple, dans les radars routiers...

1. Effet Doppler pour une onde mécanique

1.1 Observateur en mouvement



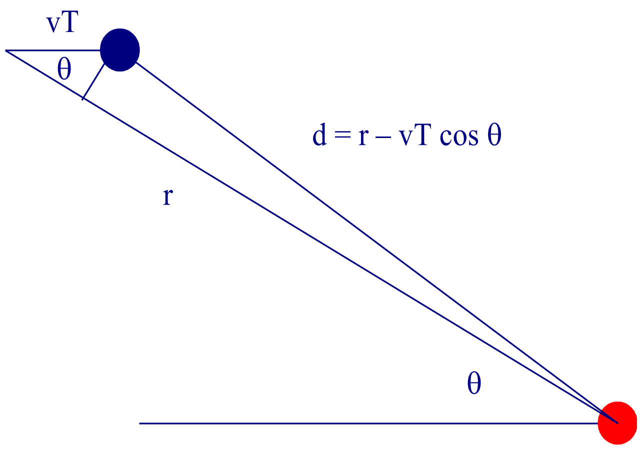
La source (bleue) immobile émet une onde à la période T. L'onde se déplace à la vitesse c
Un observateur (rouge) en mouvement à la vitesse v la reçoit à la période T '.
On prend $T \ll d/c$ donc $vT \ll d$ de manière que la période puisse être définie à chaque instant.

On considère l'onde comme une série de tops émis par la source avec une période T.

Un top est émis à $t = 0$, il est reçu à $t_1 = r/c$, le suivant est émis à $t = T$, il est reçu à $t_2 = T + d/c$. La période apparente T' est donc $T' = t_2 - t_1$.
Entre la réception des deux tops, l'observateur a avancé de vT'.
$T' = t_2 - t_1 = T + d/c - r/c$
d voisin de r donc $r - d = vT' \cos\theta$
$T' + v\,T'\cos\theta/c = T$
$T' = T/(1 + v\cos\theta/c)$ donc

$$\mathbf{f' = f\,(1 + v\cos\theta/c)}$$

1.2 Source en mouvement



La source (bleue) se déplaçant à la vitesse v émet une onde à la période T. L'onde se déplace à la vitesse c
Un observateur (rouge) la reçoit à la période T '.

On prend $T \ll d/c$ donc $vT \ll d$ de manière que la période puisse être définie à chaque instant.

On considère l'onde comme une série de tops émis par la source avec une période T.

Un top est émis à t = 0, il est reçu à $t_1 = r/c$, le suivant est émis à t = T, il est reçu à $t_2 = T + d/c$. La période apparente T' est donc $T' = t_2 - t_1$.
Entre l'émission des deux tops, la source a avancé de vT.
$T' = t_2 - t_1 = T + d/c - r/c$
d voisin de r donc $r - d = vT\cos\theta$
$T' = T - vT\cos\theta/c$
$T' = T(1 - v\cos\theta/c)$ donc

$$\mathbf{f' = f/(1 - v\cos\theta/c)}$$

Remarque : On peut être surpris du fait que les expressions de la fréquence reçue par l'observateur soient différentes selon que ce soit la source ou l'observateur qui se déplace. Le principe de relativité semblerait indiquer que les deux situations sont identiques et qu'il ne s'agit que d'un choix différent du repère. Mais en réalité ce n'est pas symétrique car l'onde est liée au milieu et le milieu est immobile dans les deux cas. Dans un repère lié à l'observateur en mouvement, le milieu se déplacerait. Une autre manière de voir que ce n'est pas symétrique est d'envisager un mouvement supersonique dans le sens de l'éloignement :
Si la source s'éloigne, l'observateur recevra toujours l'onde
Si l'observateur s'éloigne, il ne reçoit plus l'onde puisqu'il va plus vite qu'elle.

Par ailleurs, si $v \ll c$, on peut faire un développement limité de $f' = f/(1 - v\cos\theta/c)$, on obtient alors $f' \approx f(1 + v\cos\theta/c)$ ce qui est la même formule que pour l'observateur en mouvement. Dans ce cas, les deux situations sont presque symétriques.

2. Effet Doppler pour la lumière

2.1 Observateur en mouvement vers la source

Dans le cas de la lumière, il faut utiliser la théorie de la relativité pour exprimer l'équation de l'onde dans un repère en mouvement.
L'équation de l'onde plane dans un repère R fixe est :
$E = E_0 \sin(\omega t - k x)$ $\omega = 2\pi \nu$ $k = \omega/c$
Par rapport au repère R' en mouvement à la vitesse v on a (équations de Lorentz)
$x = (x' - vt')/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$
$t = (t' - vx'/c^2)/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ On remplace dans l'équation de E
$E = E_0 \sin(\omega(t' - vx'/c^2)/(1 - v^2/c^2)^{1/2} - k (x' - vt')/(1 - v^2/c^2)^{1/2}) =$
$E_0 \sin((\omega + k v)/(1 - v^2/c^2)^{1/2} t' - (k + \omega v/c^2)/(1 - v^2/c^2)^{1/2} x')$
l'équation de l'onde dans le repère en mouvement est :
$E = E_0 \sin(\omega' t' - k' x')$ avec
$\omega' = (\omega + k v)/(1 - v^2/c^2)^{1/2} = \omega (1 + v/c)/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ donc
$\boldsymbol{\nu ' = \nu (1 + v/c)/(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$ Si la source s'éloigne, on prend $v < 0$

Si $v \ll c$, on retrouve l'expression du 1.1 pour $\theta = 0$: $\boldsymbol{\nu ' = \nu (1 + v/c)}$

2.2 Source en mouvement vers l'observateur

Le principe de relativité d'Einstein interdit que l'on puisse déterminer si un repère est en mouvement par une expérience de physique donc les résultats de l'effet Doppler ne peuvent pas être différents selon que la source ou l'observateur est en mouvement donc on a encore
$\boldsymbol{\nu ' = \nu (1 + v/c)/(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$ Si la source s'éloigne on prend $v < 0$

Si $v \ll c$, on trouve $\nu ' = \nu (1 + v/c)$ ce qui approximativement l'expression du 1.1 pour $\theta = 0$ car si $v \ll c$, $\nu ' = \nu (1 + v/c) = \nu /(1 - v/c)$

Remarque : On peut être surpris que le raisonnement du 1.2 ne soit pas applicable à la lumière, ce qui donnerait : $\nu ' = \nu /(1 - v/c)$ expression différente du 2.2 , ce qui est contraire au principe de la relativité et donc faux. Où est l'erreur ? Elle vient de l'utilisation du temps.
Par rapport au repère fixe, le temps est $t = t'(1 - v^2/c^2)^{1/2}$
ce qui donne $\nu ' = \nu (1 - v^2/c^2)^{1/2}/(1 - v/c) = \nu ((1 + v/c)/(1 - v/c))^{1/2} =$
$\nu (1 + v/c)/((1 - v/c)(1 + v/c))^{1/2} = \nu (1 + v/c)/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$
On retrouve la bonne expression.
Même chose pour l'expression du 1.1 pour $\theta = 0$ ou il faut alors remplacer t par $t'/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$
ce qui donne $\nu ' = \nu (1 + v/c)/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$
On retrouve à nouveau la bonne expression.

2.3 Effet Doppler lumineux dans le cas général

On prend un photon de fréquence ν se déplaçant dans une direction faisant un angle θ avec l'axe des x
Dans le repère immobile R :
Son énergie est $E = h\nu$ et sa quantité de mouvement est $p = h\nu/c$
$p_x = p\cos\theta$ $p_y = p\sin\theta$
Dans le repère mobile R' se déplaçant à la vitesse v :
Son énergie est $E' = h\nu'$ et sa quantité de mouvement est $p' = h\nu'/c$
$p'_x = p'\cos\theta'$ $p'_y = p'\sin\theta'$
D'après la transformation de Lorentz, on a :
$E' = (E - p_x v)/(1 - v^2/c^2)^{1/2} = (h\nu - h\nu\, v\cos\theta/c)/(1 - v^2/c^2)^{1/2} = h\nu'$
$\boldsymbol{\nu' = \nu\,(1 - v\cos\theta/c)/(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$ Si on fait $\theta = -\pi$, on retrouve le résultat précédent.

2.4 Aberration des étoiles

On prend un photon de fréquence ν se déplaçant dans une direction faisant un angle θ avec l'axe des x
Dans le repère immobile R :
Sa quantité de mouvement est $p = h\nu/c$ $p_x = p\cos\theta$ $p_y = p\sin\theta$
Dans le repère mobile R' se déplaçant à la vitesse v :
Sa quantité de mouvement est $p' = h\nu'/c$ $p'_x = p'\cos\theta'$ $p'_y = p'\sin\theta'$
D'après la transformation de Lorentz, on a :
$p'_y = p'_y$ ou $h\nu'/c\sin\theta' = h\nu/c\sin\theta$
$\sin\theta' = \nu/\nu'\sin\theta = \sin\theta\,(1 - v^2/c^2)^{1/2}/(1 - v\cos\theta/c)$
$\boldsymbol{\sin\theta' = \sin\theta\,(1 - v^2/c^2)^{1/2}/(1 - v\cos\theta/c)}$

Cette relation rend compte du phénomène d'aberration des étoiles qui fait que la position apparente des étoiles sur le ciel se déplace au cours de l'année.
Par exemple pour une étoile au zénith, $\theta = \pi/2$
$\sin\theta' = (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ ou $\cos\theta' = v/c$ ou en prenant $i = \pi/2 - \theta'$, $\sin i = v/c$, l'étoile décrit en un an, un petit cercle de "rayon" $i = 1.10^{-4}$ rd = 20,6 "

2.5 Utilisation de l'effet Doppler lumineux

L'effet Doppler lumineux est utilisé notamment pour détecter l'oscillation des étoiles qui possèdent des planètes. C'est une des techniques de détection des exoplanètes.
Le décalage vers le rouge des galaxies lointaines est parfois expliqué par l'effet Doppler dû à leur vitesse d'éloignement. Ce n'est pas tout à fait exact car l'éloignement est dû à l'expansion de l'espace et non à un déplacement des galaxies par rapport à l'espace.