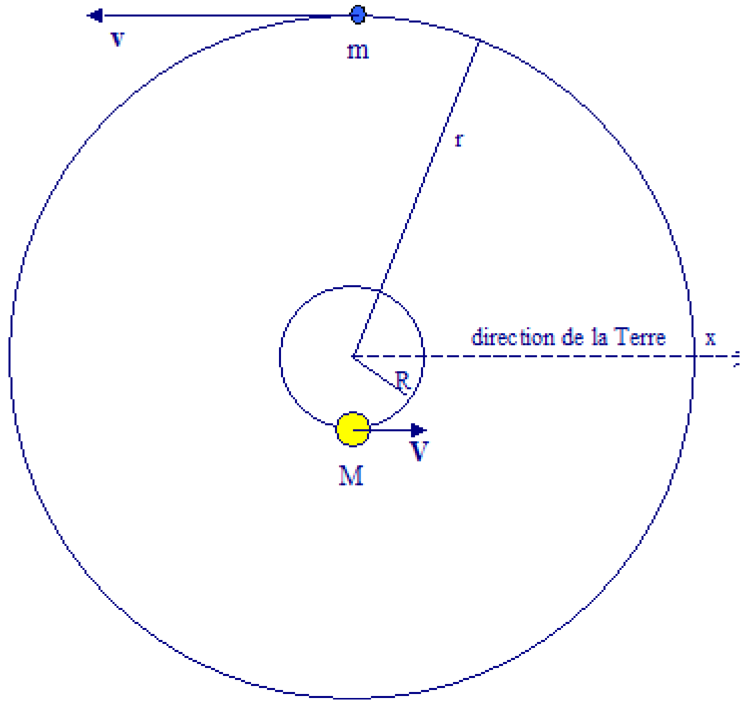
Détection des exoplanètes

par Gilbert Gastebois

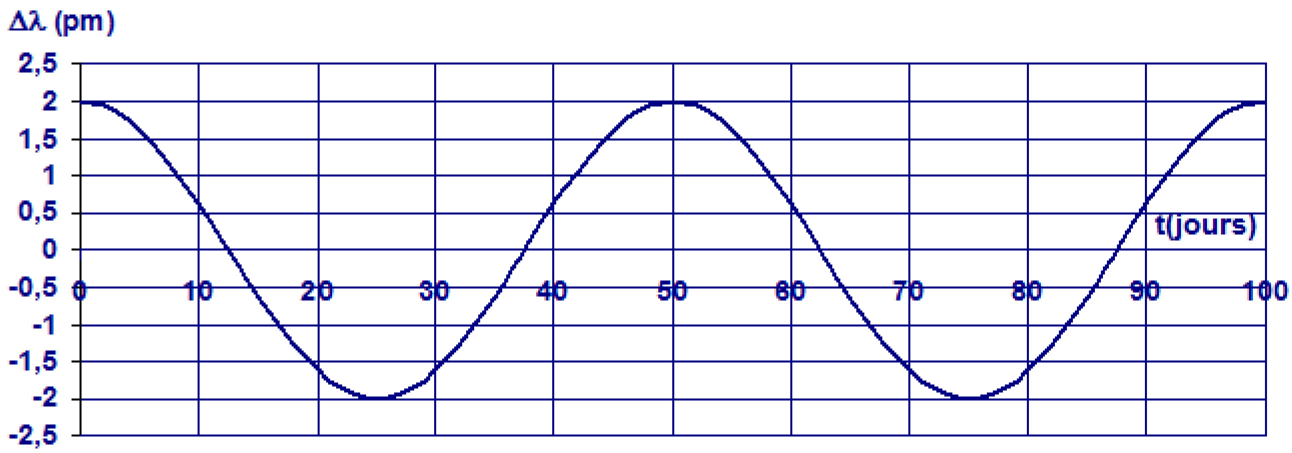
1. Cas du mouvement circulaire



Etoile
masse : M
rayon de la trajectoire : R
vitesse : V

Planète
masse : m (m << M)
rayon de la trajectoire : r
vitesse : v

α : angle entre le plan de la trajectoire et la ligne de visée Etoile-Terre



2. Détermination de la masse de l'exoplanète par la méthode de l'oscillation de l'étoile

2.1 Principe

Le mouvement de deux objets en interaction gravitationnelle se fait autour du centre de gravité de l'ensemble. La conséquence est que l'étoile décrit un petit cercle et que la composante de sa vitesse par rapport à la Terre oscille avec une période T égale à la période de rotation de l'ensemble.
Cette oscillation de la vitesse entraîne une oscillation des longueurs d'ondes émises par l'étoile à cause de l'effet Doppler.
$\Delta\lambda_m/\lambda = V_x/c$ (V_x étant la composante de V sur la direction de la Terre $V_x = V \cos \alpha$
c : vitesse de la lumière)

Le problème de la méthode est que l'on ne connaît pas en général la valeur de α
(sauf quand la planète passe devant l'étoile auquel cas $\alpha = 0$.)

2.2 Étude du mouvement

Par rapport au barycentre Planète-Etoile, on a :
$M R = m r$ et $M V = m v$
D'autre part :
$2\pi r = v T$ et
$T^2 = 4\pi^2 r^3/(GM/(1 + m/M))$ $m \ll M$ donc on prend $T^2 = 4\pi^2 r^3/(GM)$

$r = v T/2\pi = M/m\, VT/ 2\pi$
$T^2 = 4\pi^2 (M/ m\, V T/ 2\pi)^3/(GM) = M^3/m^3\, V^3 T^3/(2\pi\, GM)$
$m = (M^2\, T/(2\pi\, G))^{1/3}\, V$
$V = c\, \Delta\lambda_m/\lambda$

$\mathbf{m = (M^2\, T/(2\pi\, G))^{1/3}\, c\, \Delta\lambda_m/(\lambda \cos \alpha)}$
En prenant $\alpha = 0$, on obtient une valeur minimale de la masse de l'exoplanète

$r = \mathbf{(GMT^2/(4\pi^2))^{1/3}}$

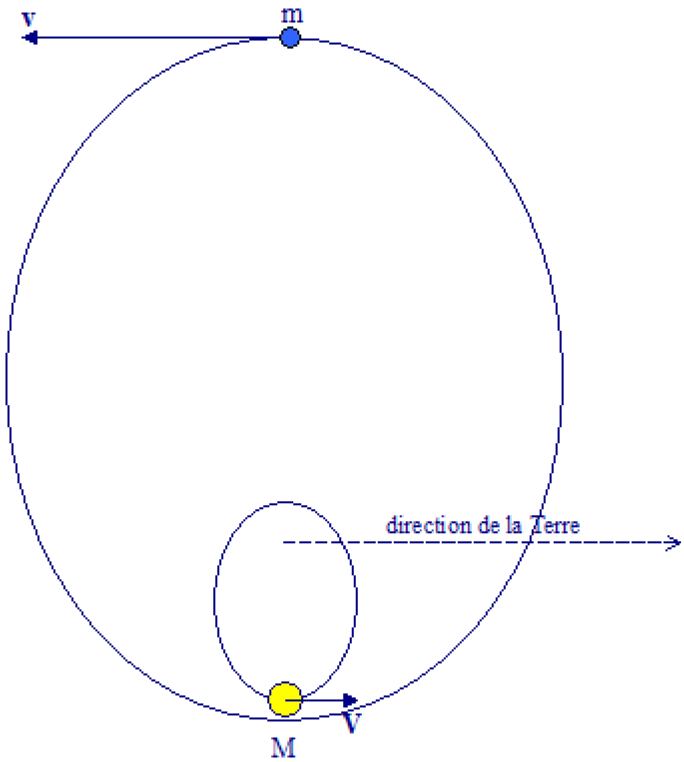
Exemple : Pégase 51 b, première exoplanète découverte autour de Pégase 51
(masse $M = 1{,}05\, M_{soleil}$ $\Delta\lambda_m = 0{,}112.10^{-12}$ m pour $\lambda = 589.10^{-9}$ m
$T = 4{,}23$ jours) On obtient :
$m = 8{,}88.10^{16}$ kg ($4{,}486.10^{-4}\, M_{soleil}$) et $r = 7{,}8.10^6$ km (0,052 uA)
La masse est voisine de la moitié de celle de Jupiter, mais sa distance à l'étoile est très petite (1/8 de l'orbite de Mercure) d'où son nom de Jupiter chaud.

3. Cas du mouvement elliptique

3.1 Principe

Si le mouvement de la planète est elliptique, la courbe $\Delta\lambda = f(t)$ n'est plus sinusoïdale ni même forcément symétrique par rapport à l'axe t.
La période donne le ½ grand axe a de l'ellipse et la forme de la courbe permet d'en estimer l'excentricité e. Ces deux valeurs permettent de calculer la vitesse maximale de la planète et donc sa masse en comparant avec la vitesse maximale de l'étoile calculée à partir de la valeur maximale $\Delta\lambda_{max}$
On a : $a = (GMT^2/(4\pi^2))^{1/3}$ $v_{max} = (GM\,(1 + e)/(a(1 - e)))^{1/2}$
$v_{min} = (GM\,(1 - e)/(a(1 + e)))^{1/2}$ et $m = M\, V_{max}/v_{max} = M\, c\, \Delta\lambda_{max}/(\lambda \cos \alpha)/v_{max}$
$\Delta\lambda_{max}$ est en général différent de la valeur maximale $\Delta\lambda_m$ de la courbe et doit donc être calculé à partir de $\Delta\lambda_m$.

3.2 Exemple$_1$: Petit axe dans la direction de la Terre



On reconnaît cette configuration au fait que la courbe $\Delta\lambda = f(t)$ est symétrique par rapport à un axe vertical

Dans cette configuration, $\Delta\lambda_m = \Delta\lambda_{max}$ et $\Delta\lambda_{max}$ et $\Delta\lambda_{min}$ correspondent aux vitesses maximale V_{max} et minimale V_{min}

On pose $k = \Delta\lambda_{max}/\Delta\lambda_{min} = V_{max}/V_{min} = R_{max}/R_{min}$. On a alors

$e = (R_{max} - R_{min})/(2a) = (k - 1)/(k + 1)$

Exemple ci-dessus :

$M = 2.10^{30}$ kg et $\alpha = 0$

$\Delta\lambda_{min} = 0{,}10.10^{-12}$ m

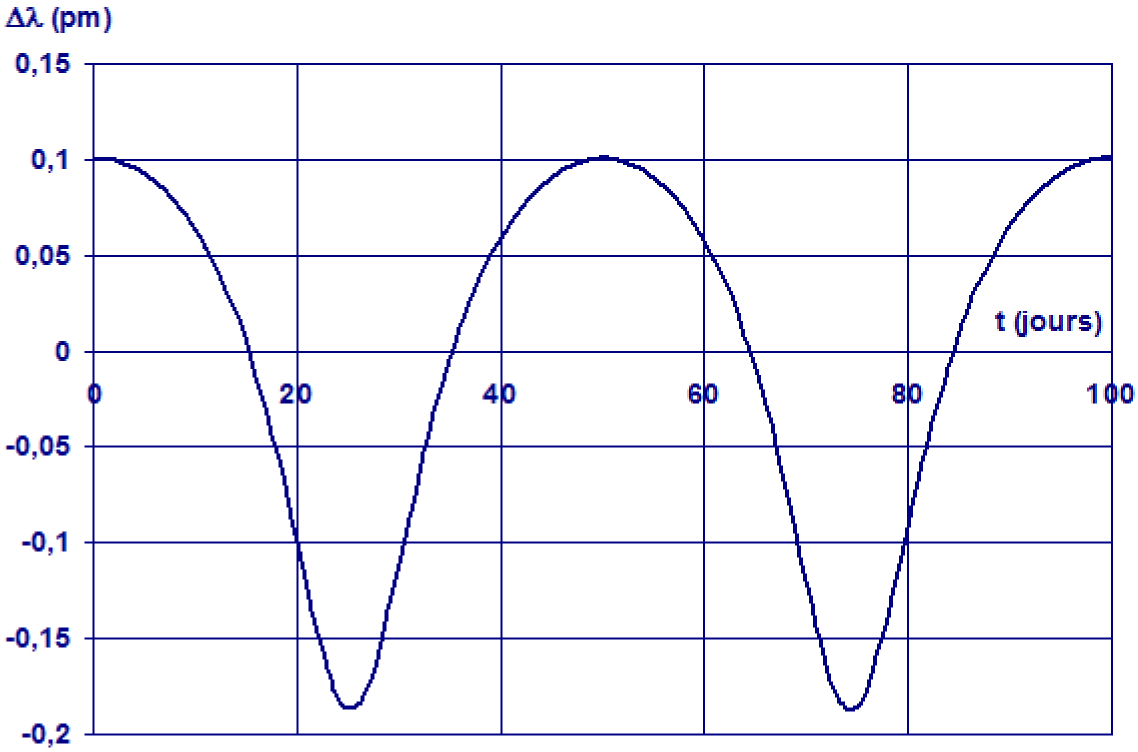
$\Delta\lambda_{max} = 0{,}186.10^{-12}$ m

T = 50 jours donne $a = 3{,}965.10^{10}$ m,

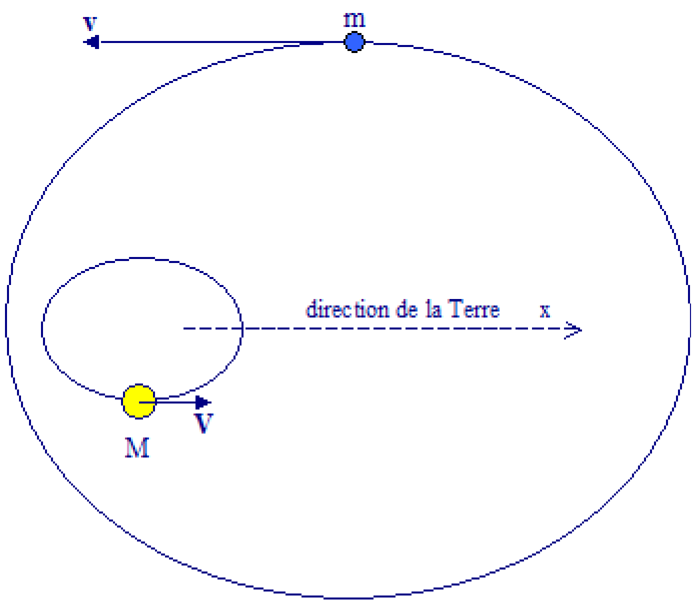
$k = 0{,}186/0{,}1 = 1{,}86$ donne $e = 0{,}3$

$v_{max} = 7{,}9.10^4$ m/s et $m = 2.4.10^{27}$ kg

($1{,}2.10^{-3}$ M)



3.3 Exemple$_2$: Grand axe dans la direction de la Terre (calcul approché)



On reconnaît cette configuration au fait que les deux extrêmes ont la même valeur.
La valeur maximale de la courbe $\Delta\lambda_m$ n'est pas $\Delta\lambda_{max}$ car $\Delta\lambda_m$ correspond à la vitesse v_m au milieu entre le périhélie et l'aphélie, alors que $\Delta\lambda_{max}$ correspond à la vitesse v_{max} au périhélie.
Au milieu entre le périhélie et l'aphélie, la planète se trouve à la distance a de l'étoile donc $v_m = (GM/a)^{½}$ et
$m = M\, c\, \Delta\lambda_m/(\lambda \cos\alpha)/v_m$
Exemple ci-dessus :
$M = 2.10^{30}$ kg et $\alpha = 0$
$\Delta\lambda_m = 0{,}14.10^{-12}$ m

T = 50 jours donne $a = 3{,}965.10^{10}$ m,
$v_m = (GM/a)^{½} = 5{,}8.10^4$ m/s et $m = M\, c\, \Delta\lambda_m/(\lambda \cos\alpha)/v_m = 2{,}4.10^{27}$ kg ($1{,}2.10^{-4}$ M)
On retrouve le résultat du 3.2

On peut estimer l'excentricité de l'ellipse en comparant les temps t_a de parcours de la ½ ellipse côté aphélie au temps t_p de parcours de la ½ ellipse côté périhélie
$e \simeq (t_a - t_p)/(t_a + t_p) = (T - 2t_p)/T$ $t_p \simeq 17$ jours donne $e \simeq 0{,}3$