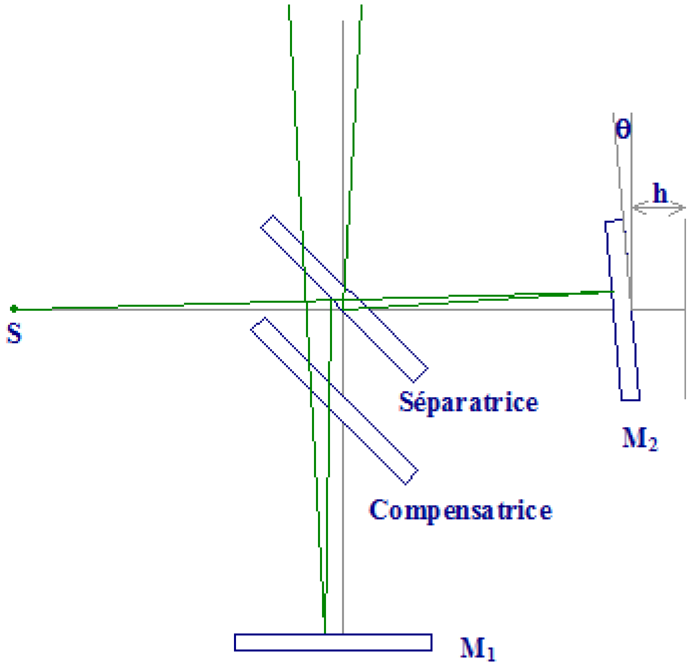
Interféromètre de Michelson

par Gilbert Gastebois

1. Schéma du dispositif



L'interféromètre de Michelson fait interférer deux faisceaux séparés par une lame semi-réfléchissante et qui se réfléchissent sur deux miroirs M_1 et M_2.

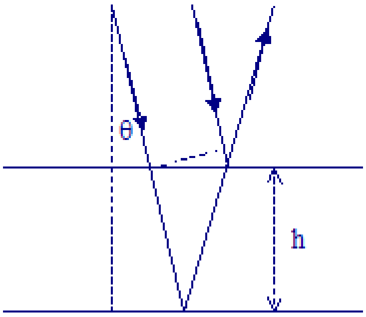
Mode Lame d'air : Les deux miroirs sont perpendiculaires et les deux bras de l'interféromètre diffèrent en longueur d'une distance h

Mode coin d'air : L'un des miroirs est incliné d'un très petit angle α.
Les deux bras de l'interféromètre peuvent aussi différer d'une longueur h.

La lame séparatrice est semi-réfléchissante et inclinée à 45°, elle produit un faisceau réfléchi et un faisceau transmis de mêmes intensités.

La lame compensatrice est identique à la séparatrice sans son revêtement réfléchissant.
Sa présence fait que les deux faisceaux traversent trois fois la même épaisseur de verre ce qui n'entraîne pas de déphasage entre eux qui serait dû à la traversée d'épaisseurs différentes de verre.

2. Intensité des ondes interférant en mode lame d'air



La différence de marche entre les deux rayons vaut
$\delta = 2h/\cos\theta - 2h \tan\theta \sin\theta = 2h \cos\theta$

$a_1 = A\, e^{-j\omega t}$
$a_2 = A\, e^{-j\omega t - \varphi}$

$\varphi = 2\pi\delta/\lambda = 4\pi\, h \cos\theta/\lambda$

$a = a_1 + a_2 = Ae^{-j\omega t}\,(1 - e^{-j\varphi})$
$I = aa^* = A^2(1 + e^{-j\varphi})(1 + e^{j\varphi}) = 2A^2\,(1 + \cos\varphi)$

$\mathbf{I = 2A^2(\,1 + \cos(4\pi\, h \cos\theta/\lambda))}$

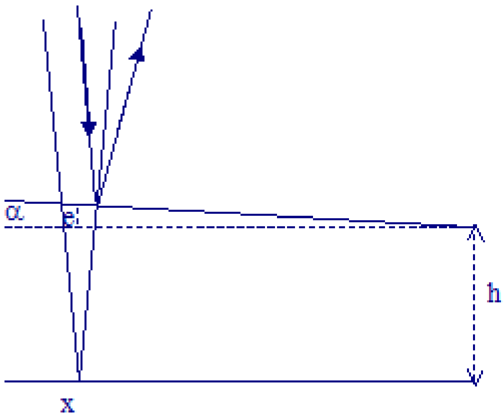
$\mathbf{I = I_0(\,1 + \cos(4\pi\, h \cos\theta/\lambda))}$

On a un maximum quand $2h \cos\theta = k_n \lambda \sim 2\,h\,(1 - \theta^2/2)$ car θ est petit
$\theta^2 = 2 - k_n \lambda/h$ On pose $\theta_1{}^2 = 2 - k_1 \lambda/h$ et $k_n = k_1 - n + 1$
$\theta = (\theta_1{}^2 + (n - 1)\lambda/h)^{1/2}$ $\theta_1{}^2 = 2 - \mathrm{Ent}(2h/\lambda)\,\lambda/h$ Ent : Partie entière
$\boldsymbol{\theta = (2 - \mathrm{Ent}(2h/\lambda)\lambda/h + (n - 1)\lambda/h)^{1/2}}$

On obtient n anneaux concentriques dont le rayon augmente sensiblement comme $\mathbf{n^{1/2}}$
Les rayons qui interfèrent étant parallèles, les interférences ne sont pas localisées, ils interfèrent à l'infini

3. Intensité des ondes interférant en mode coin d'air

3.1 Intensités des ondes



On s'intéresse aux interférences au voisinage du centre des miroirs ($x \sim 0$)
La différence de marche entre les deux rayons vaut approximativement, les rayons étant très peu inclinés :
$\delta = 2(h + e) = 2(h + x \tan \alpha) = 2(h + x\, \alpha)$ car α est très petit

$a_1 = A\, e^{-j\omega t}$
$a_2 = k\, A\, e^{-j\omega t-\varphi}$

$\varphi = 2\pi\delta/\lambda = 4\pi\, (h + x\, \alpha)/\lambda$

$a = a_1 + a_2 = Ae^{-j\omega t}\, (1 + e^{-j\varphi})$
$I = aa^* = A^2(1 + e^{-j\varphi})(1 + e^{j\varphi})$
$I = 2A^2\, (1 + 2 \cos\varphi)$

$I = 2A^2(1 + \cos(4\, \pi(h + x\, \alpha) /\lambda))$

$I = I_0(1 + \cos(4\, \pi(h + x\, \alpha) /\lambda))$

On a un maximum quand $2h + 2x\, \alpha = k\, \lambda$

L'interfrange $i = \lambda/(2\alpha)$ i est constante donc les franges voisines de $x = 0$ sont équidistantes.
Remarque : Pour que les franges soient bien visibles, il faut que i soit au moins de l'ordre du mm, ce qui impose α de l'ordre de 10^{-4} rd (donc de l'ordre de la minute d'arc seulement !!)

Les rayons qui interfèrent n'étant pas parallèles, les interférences sont localisées.
Les rayons interfèrent (virtuellement) au voisinage du miroir M_1.

3.2 Mesure d'une longueur d'onde par comparaison

on fait interférer deux ondes de longueur d'onde λ et λ' proches (λ étant connue avec précision)
On part de $h = 0$ et on l'augmente lentement, On observe le centre ($x = 0$). Pour certaines valeurs de h, λ et λ' donnent pour l'une une interférence constructive et pour l'autre une interférence destructive, le résultat est un brouillage maximal des franges observées.
Pour ces valeurs de h, on a $2h = k\lambda = (k - n/2)\lambda'$ (On suppose $\lambda' > \lambda$ n vaut alors 1 au premier brouillage, puis 3 au deuxième, puis 5 etc)
$\lambda' = 2h/(k - n/2) = 2h/(2h/\lambda - n/2)$

$\boldsymbol{\lambda' = \lambda/(1 - n\lambda/4h)}$ (si $\lambda' < \lambda$ on a $\lambda' = \lambda/(1 + n\,\lambda/4h)$)

Exemple : Doublet du sodium $\lambda = 589$ nm $\lambda' = 589{,}6$ nm
$h = 144{,}7$ µm, 434,1 µm 723,5 µm 1012,9 µm etc...