Animation

Roue à aubes au fil de l'eau

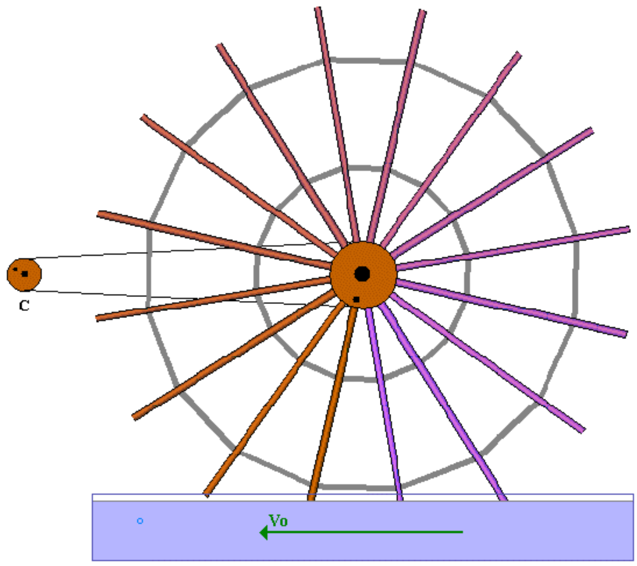
Animation

par Gilbert Gastebois

1. Description

La roue à aubes est entraînée par un courant d'eau quasi horizontal.

2. Schéma



m Masse de la roue

R Rayon de la roue

Vo Vitesse de l'eau

C Couple appliqué à la roue

ω Vitesse angulaire de la roue

h Coefficient de frottement fluide ($F = h\ v_r$)

J Moment d'inertie de la roue $J \simeq m R^2/3$

3. Étude de la roue à aubes

3.1 Moment de la force de frottement fluide

Les parties immergées des pales subissent une force de frottement fluide de la part de l'eau. Cette force est quasi constante et on la modélisera comme $F = h\ v_r = h(Vo - v)$ appliquée à l'extrémité des pales.

$$\mathbf{M_F = F\ R = h\ (Vo - v)\ R = h\ R\ (Vo - R\ \omega)}$$

3.2 Équation différentielle du mouvement

Loi de Newton en rotation :

$$\mathbf{J\ d\omega/dt = \Sigma\ M = M_F - C}$$

$$J\ d\omega/dt = h\ R\ (Vo - R\ \omega) - C$$

$$J = m\ R^2/3$$

$$\mathbf{d\omega/dt + 3\ h/m\ \ \omega = 3\ (h\ Vo\ R - C)/(mR^2)}$$

3.3 Solution de l'équation différentielle

$d\omega/dt + 3\ h/m\ \ \omega\ = 3\ (h\ Vo\ R - C)/(mR^2)$

La solution est, en partant de l'immobilité :

$\boldsymbol{\omega = \omega_m(1 - e^{-t/\tau})}$ avec

$\boldsymbol{\omega_m = (h\ Vo\ R - C)/(hR^2)}$ **et** $\boldsymbol{\tau = m/(3h)}$

3.4 Puissance de la roue

$P = C\ \omega$

En régime stationnaire :

$\boldsymbol{P = C\ \omega_m = C(h\ Vo\ R - C)/(hR^2)}$

Cette puissance sera maximale pour C tel que $dP/DC = 0$, donc si :

$C = h\ Vo\ R/2$ et

$\boldsymbol{P_m = Vo^2\ h/4}$ **pour** $\boldsymbol{C_m = h\ Vo\ R/2}$