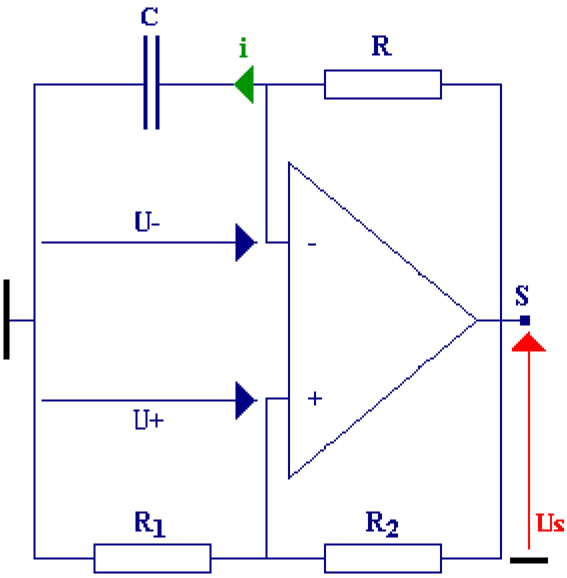
Oscillateurs électriques

par Gilbert Gastebois

1. Multivibrateur astable à AOP (Tension carrée)

1.1. Schéma du montage



L'amplificateur opérationnel fonctionne en comparateur. Les tensions U_+ et U_- sont imposées.

Si $U_+ > U_-$ l'ampli est saturé à $U_s = E$
Si $U_+ < U_-$ l'ampli est saturé à $U_s = -E$

$U_+ = R_1/(R_1 + R_2)\ U_s$

$U_- = U_c$ tension aux bornes du condensateur

1.2 Équation différentielle du circuit RC

$Ri + q/C = U_s$
$R dq/dt + q/C = U_s$
$RC\ dq/dt + q = CU_s$

Solution de l'équation
$q = CA\ e^{-t/(RC)} + CU_s$
$u_c = A\ e^{-t/(RC)} + U_s$

Constante de temps $\tau = RC$

1.3 Oscillation du circuit

On part avec $Us = E$, $U_+ = R_1/(R_1 + R_2)\ E$
Le condensateur se charge. Quand $U_- = U_c > U_+$, l'AOP bascule à $U_s = -E$ donc $U_+ = - R_1/(R_1 + R_2)\ E$
A ce moment, le condensateur se décharge. Quand $U_- = U_c < U_+$, l'AOP bascule à $U_s = +E$ donc $U_+ = R_1/(R_1 + R_2)\ E$ et le cycle repart.
La période de l'oscillation vaut donc la somme des temps nécessaires pour que le condensateur passe de $- R_1/(R_1 + R_2)\ E$ à $+ R_1/(R_1 + R_2)\ E$, puis revienne à $- R_1/(R_1 + R_2)\ E$, ce qui correspond à 2 fois le temps de charge de
$- R_1/(R_1 + R_2)\ E$ à $+ R_1/(R_1 + R_2)\ E$

Charge du condensateur : $U_s = E$ **Conditions initiales :** A t = 0

$u_c = - R_1/(R_1 + R_2)\ E$

$- R_1/(R_1 + R_2)\ E = A + E$ donc $A = - E - R_1/(R_1 + R_2)\ E = - (2R_1 + R_2)/(R_1 + R_2)\ E$

$u_c = - (2R_1 + R_2)/(R_1 + R_2)\ E\, e^{- t/(RC)} + E = E\,(1 - (2R_1 + R_2)/(R_1 + R_2)\ e^{- t/(RC)})$

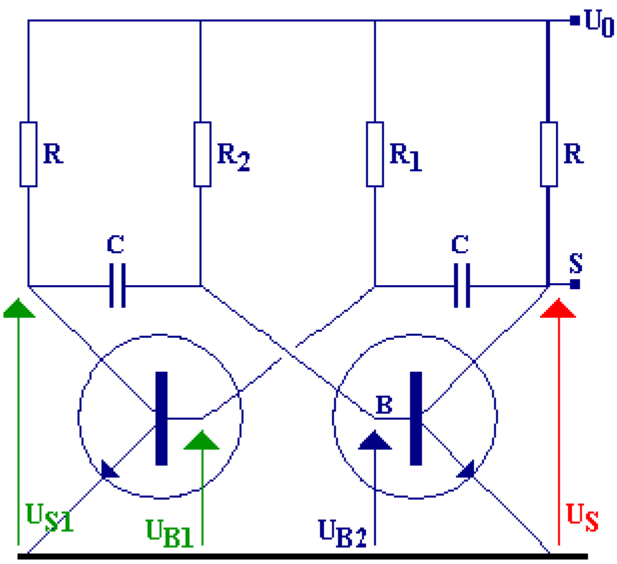
à t = T/2, R1/(R1 + R2) E = $E\,(1 - (2R_1 + R_2)/(R_1 + R_2)\ e^{- t/(RC)})$ donc

$\mathbf{T = 2RC\ ln(1 + 2R_1/R_2)}$

Exemple : En prenant $R_1 = 0{,}324\ R_2$, on obtient T = RC

2. Multivibrateur astable à transistors (Horloge)

2.1. Schéma du montage



Pour simplifier, on considère que les transistors sont idéaux.

Transistor bloqué Ub < 0,7 V et Us = U0
Transistor saturé Ub = 0,7 V et Us = 0

$R << R_1$ et R_2 ce qui permet de négliger le temps de charge des condensateurs à travers R et on considère donc que le passage de U_s de 0 à U_0 est instantanée

2.2 Équation différentielle du circuit RC

$\mathbf{Ri + q/C = U_0}$

$Rdq/dt + q/C = U_0$

$RC\ dq/dt + q = CU_0$

Solution de l'équation

$q = CA\, e^{- t/(RC)} + CU_0$

$\mathbf{u_c = A\, e^{- t/(RC)} + U_0}$

Constante de temps τ = RC

2.3 Oscillation du circuit

On part avec Us = 0, U_{B2} = 0,7V Us_1 = U_0, U_{B1} = 0,7 - U_0
Le condensateur de droite se charge à travers R_1. Quand sa tension U_c atteint 0,7V, le transistor 1 sature et Us_1 tombe à 0 et donc U_{B2} tombe à 0,7 - U_0
Le condensateur de gauche se charge alors à travers R_2. Quand sa tension U_c atteint 0,7V, le transistor 2 sature et Us tombe à 0 et donc U_{B1} tombe à 0,7 - U_0
et le cycle repart.
La période de l'oscillation vaut donc la somme des temps nécessaires pour que le condensateur 1 passe de - 0,7 - U_0 à 0,7, puis que le condensateur 2 passe à son tour de
- 0,7 – U_0 à 0,7

Charge du condensateur : **Conditions initiales :** A t = 0 $u_c = 0,7 - U_0$

$0,7 - U_0 = A + U_0$ donc $A = 0,7 - 2 U_0$

$u_c = U_0 - (0,7 - 2 U_0)\, e^{- t/(RC)}$

à $t = t_1$, $0,7 = U_0 - (0,7 - 2 U_0)\, e^{- t1/(R1C)}$

$t_1 = R_1C \ln((2 U_0 - 0,7) /(U_0 - 0,7))$

à $t = t_2$, $0,7 = U_0 - (0,7 - 2 U_0)\, e^{- t1/(R2C)}$

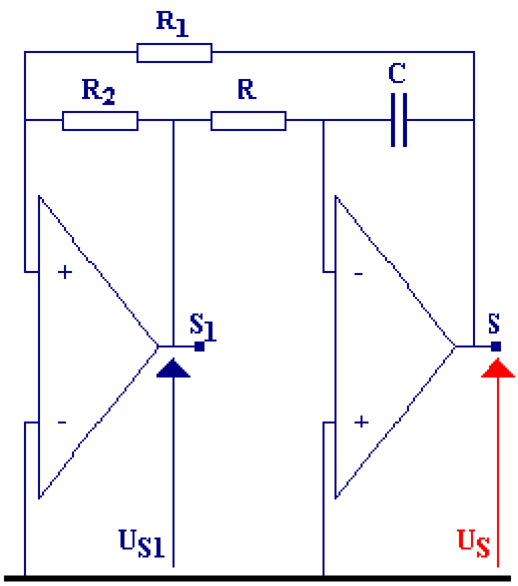
$t_2 = R_2C \ln((2 U_0 - 0,7) /(U_0 - 0,7))$

$\mathbf{T = t_1 + t_2 = (R_1C + R_2C) \ln((2 U_0 - 0,7) /(U_0 - 0,7))}$ (Si U_0>> 0,7 $T = 0,7(R_1C + R_2C)$)

Si $R_1 = R_2$ la tension est carrée, sinon on a un créneau asymétrique

3. Générateur de tension triangulaire

3.1. Schéma du montage



L'amplificateur opérationnel de gauche produit une tension U_{s1} carrée et l'autre est configuré en AOP intégrateur. L'intégration d'une fonction carrée donne une fonction triangulaire.

La tension Us commande le basculement du premier AOP

$U_+ = U_s + R_1 (U_{s1} - U_s)/(R_1 + R_2) =$
$(R_1 U_{s1} - R_2 U_s)/(R_1 + R_2)$

Si $U_+ > 0$ l'ampli est saturé à $U_s = E$
Si $U_+ < 0$ l'ampli est saturé à $U_s = -E$

3.2 Oscillation du circuit

Un montage intégrateur donne : Us = - 1/(RC) intégrale(Us_1). Comme Us_1 est constant, Us est linéaire de coefficient directeur :
$A = -Us_1/(RC) = \pm E/(RC)$

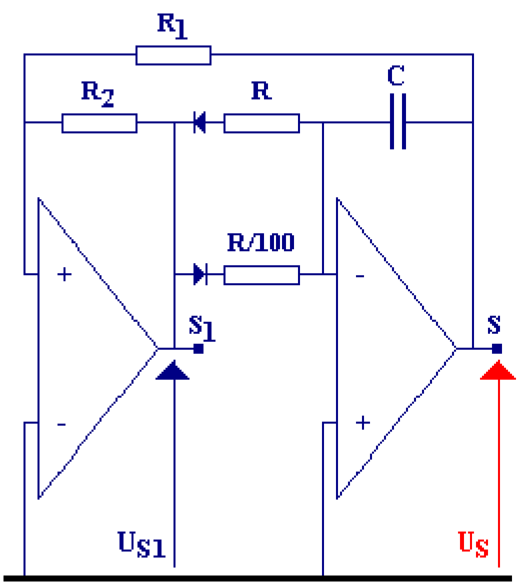
A l'instant t_1 Us_1 bascule à - E, $Us = R_1\, E/R_2$
A l'instant t_2 Us_1 bascule à + E $Us = - R_1\, E/R_2$, $t_2 - t_1 = 2\, R_1 E/R_2\, /A = 2\, RCR_1/R_2$
A l'instant t_3 Us_1 bascule à - E $Us = R_1\, E/R_2$, $t_3 - t_2 = 2\, R_1 E/R_2\, /A = 2\, RC\, R_1/R_2$
et le cycle repart.

$T = t_3 - t_1 = 4RC\, R_1/R_2$

$\mathbf{T = 4\, RCR_1/R_2}$

4. Générateur de rampe

4.1. Schéma du montage



A cause des valeurs très différentes des deux résistances R et R/100, la décharge du condensateur est 100 fois plus longue que sa charge. Dans ces conditions, l'amplificateur opérationnel de gauche produit une tension U_{s1} carrée très asymétrique.

L'autre est configuré en AOP intégrateur. L'intégration d'une fonction carrée très asymétrique donne une fonction triangulaire très asymétrique, c'est à dire une rampe.

La tension Us commande le basculement du premier AOP

$U_+ = U_s + R_1\,(U_{s1} - U_s)/(R_1 + R_2) = (R_1\, U_{s1} - R_2\, U_s)/(R_1 + R_2)$

Si $U_+ > 0$ l'ampli est saturé à $U_s = E$
Si $U_+ < 0$ l'ampli est saturé à $U_s = -E$

Les diodes créent une tension $\pm U_d$ entre leurs bornes selon leur sens de branchement.

4.2 Oscillation du circuit

Le montage intégrateur donne : Us = - 1/(RC) intégrale($Us_1 \pm U_d$). Comme Us_1 est constant, l'intensité qui traverse R (ou R/100) est constant et ainsi U_d est constant. Us est linéaire de coefficient directeur :

$A_1 = -(Us_1 + U_d)/(RC) = (E-U_d)/(RC)$

$A_2 = -(Us_1 - U_d)/(CR/100) = -100(E - U_d)/(RC)$

A l'instant t_1 Us_1 bascule à - E, $Us = R_1E/R_2$

A l'instant t_2 Us_1 bascule à + E $Us = -R_1E/R_2$, $t_2 - t_1 = 2R_1E/R_2/A_1 =$ $2RC R_1E/(E-U_d)/R_2$

A l'instant t_3 Us_1 bascule à - E $Us = R_1E/R_2$, $t_3 - t_2 = -2R_1E/R_2/A_2 =$ $0{,}02 RC R_1E/(E-U_d)/R_2$ et le cycle repart.

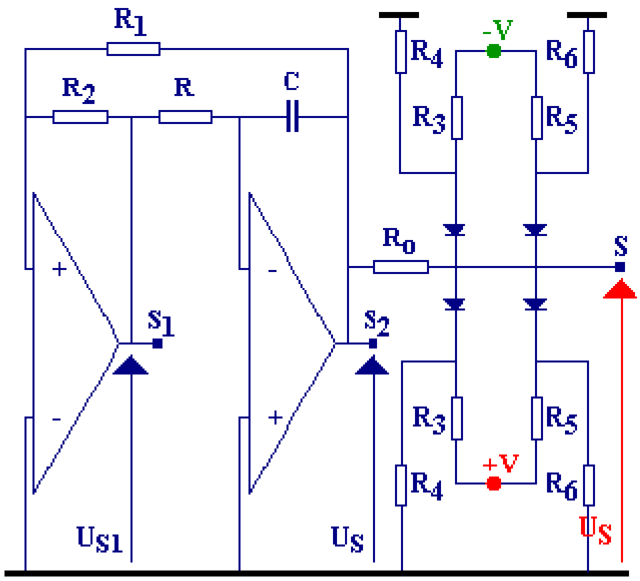
$T = t_3 - t_1 = 2{,}02 RCR_1/R_2 \; E/(E-U_d) \sim 2RCR_1/R_2$ tant que $U_d \ll E$

$\mathbf{T = 2 RCR_1/R_2}$

Remarque : $U_d \ll E$ tant que l'intensité reste faible donc tant que R reste assez grand**.**

5. Générateur de tension pseudo-sinusoïdale

5.1. Schéma du montage



U_{s2} est une tension triangulaire de période T et d'amplitude U_{sm} (cf 3.)

$U_{s2} = \pm A t + b$ $A = 4U_{sm}/T$

$V = U_{sm}$ (tension maximale de Us_2)

$U_1 = U_{sm} R_4/(R_4 + R_3)$ tension aux bornes de R_4 (quand la diode est bloquée)

$U_2 = U_{sm} R_6/(R_6 + R_5)$ tension aux bornes de R_6 (quand la diode est bloquée)

On choisit $U_2 > U_1$

5.2. Principe

Le montage étant symétrique, on étudie une demi-alternance (par exemple positive)
On néglige la tension aux bornes des diodes. (Ce qui n'est pas une très bonne idée, mais qui permet de faire les calculs....)

Tant que $U_{s2} <= U_1$ aucun courant ne passe dans les diodes et $U_s = U_{s2} = A\,t$
Quand $U_1 < U_{s2} <= U_2$ le courant passe dans la diode de gauche et
$U_s = Us_2 - R_o\, i_1 = A_1\, t + b_1$
Quand $U_{s2} > U_2$ le courant passe dans les deux diodes et $U_s = Us_2 - R_o\, i_2 = A_2\, t + b_2$

La tension est constituée de 3 sections linéaires. Trois segments ne rendent pas très bien compte du quart d'une fonction sinusoïdale, mais c'est sans compter sur les diodes. Leur caractéristique exponentielle non linéaire arrondit la transition entre les segments et on obtient un résultat beaucoup plus satisfaisant .

5.3. Calcul de la tension Us

Le montage étant symétrique, on étudie une demi-alternance (par exemple positive)

Pour $U_1 < U_{s2} <= U_2$ la deuxième diode est bloquée donc
$Us = Us_2 - R_o\, i = U_{sm} - R_3\, i_3 = R_4\, i_4$
$i_4 = i_3 + i$
$(Us_2 - Us)/R_o = Us/R_4 - (U_{sm} - Us)/R_3$

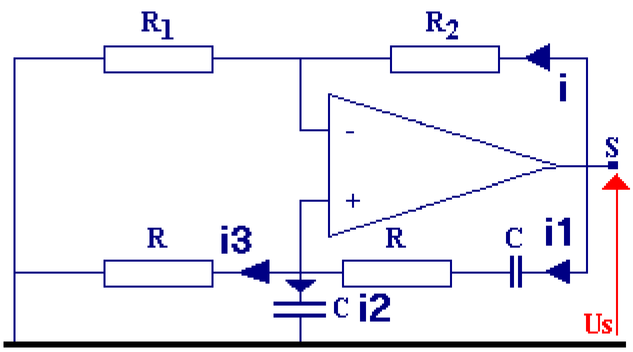
$Us(1/R_o + 1/R_3 + 1/R_4) = Us_2/R_o + U_{sm}/R_3$
$Us = (Us_2/R_o + U_{sm}/R_3)/(1/R_o + 1/R_3 + 1/R_4) = 1/(1 + R_o/R_3 + R_o/R_4)\ A\,t$ + $R_o/R_3/(1 + R_o/R_3 + R_o/R_4)\ U_{sm} = A_1\, t + b_1$
$\mathbf{A_1 = A/(1+ R_o/R_3 + R_o/R_4)}$ $\mathbf{b_1 = (R_o/R_3)\, U_{sm}/(1 + R_o/R_3 + R_o/R_4)}$

Pour $U_{s2} > U_2$ les deux diodes conduisent donc
$Us = Us_2 - R_o\, i = U_{sm} - R_3\, i_3 = R_4\, i_4 = U_{sm} - R_5\, i_5 = R_6\, i_6$
$i + i_3 + i_5 = i_4 + i_6$
Par un calcul similaire au précédent, on obtient :
$Us = 1/(1 + R_o/R_3 + R_o/R_4 + R_o/R_5 + R_o/R_6)\ A\,t + (R_o/R_3 + R_o/R_5)/(1 + R_o/R_3 + R_o/R_4 + R_o/R_5 + R_o/R_6)\ U_{sm} = A_2\, t + b_2$
$\mathbf{A_2 = A/(1+ R_o/R_3 + R_o/R_4 + R_o/R_5 + R_o/R_6)}$
$\mathbf{b_2 = (R_o/R_3 + R_o/R_5)\, U_{sm}/(1 + R_o/R_3 + R_o/R_4 + R_o/R_5 + R_o/R_6)}$

En prenant $A_1 = 0{,}6$ A et $A_2 = 0{,}0835$ A et en plaçant 4 groupes de $Ent(U_{sm}/2{,}5)$ diodes en série, on obtient un bon résultat.Exemple : Usm= 15V
Ro = 2,2 kΩ R3 = 12 kΩ R4 = 4,7 kΩ
R5 = 0,47 kΩ R6 = 0,39 kΩ et 24 diodes au silicium
On obtient une tension très proche de Us = 10,4 sin(πAt/(2Usm))

6. Générateur de tension sinusoïdale à pont de Wien

6.1. Schéma du montage



L'ampli-Op fonctionne en mode linéaire. La tension entre U_+ et U_- reste quasi-nulle.

$Us = A\,(U_+ - U_-)$ avec A très grand.

$Ue = U_+ = U_-$

Les courants entrant dans les entrées + et - sont négligeables.

$df/dt = f'$ et $d^2f/dt^2 = f''$

$i = q'$

$u_c = q/C$

6.2. Equation différentielle du circuit

Dans la branche supérieure : $Us = R_1\, i + R_2\, i$ et $Ue = R_1\, i$ donc $Ue = R_1/(R_1 + R_2)\ Us$

Dans la branche inférieure : $Us = q_1/C + R\, i_1 + Ue$ et $Ue = q_2/C = R\, i_3$ et $i_1 = i_2 + i_3$

$i_1 = q_1' = CUs' - RC\, i_1' - CUe' = q_2' + i_3 = CUe' + Ue/R$ donc

$CUe' + Ue/R = CUs' - RC\,(CUe' + Ue/R)' - CUe' = CUs' - R^2C^2Ue'' - CUe' - CUe'$

$Ue = R_1/(R_1 + R_2)\ Us$ donc

$CR_1/(R_1 + R_2)\ Us' + R_1/(R_1 + R_2)\ Us/R =$

$CUs' - RC^2R_1/(R_1 + R_2)\ Us'' - 2\, R_1/(R_1 + R_2)CUs'$

$CUs' + Us/R = C(R_1 + R_2)/R_1\, Us' - RC^2\, Us'' + 2CUs' = CUs' + CR_2/R_1\, Us' - RC^2\, Us'' - 2CUs'$

$RCUs' + Us = -RCUs' + RCR_2/R_1\, Us' - R^2C^2\, Us''$

$$\mathbf{Us'' + (2 - R_2/R_1)/(RC)\ \ Us' + 1/(R^2C^2)\ \ Us = 0}$$

6.3 Solution de l'équation

Si $R_2/R_1 < 2$ On a une solution pseudo-périodique amortie donc on n'a pas d'oscillation.

Si $R_2/R_1 = 2$ On a une solution sinusoïdale parfaite mais aucune oscillation ne peut s'établir spontanément.

Si $R_2/R_1 > 2$ On a une solution pseudo-périodique divergente donc une oscillation s'établit spontanément à partir de toute fluctuation dans le circuit.

On a $Us = U_m\, e^{(2-R2/R1)t/(2RC)} \cos(\omega t + \varphi)$ avec $\boldsymbol{\omega = 1/(RC)\ (1 - (1 - R_2/(2R_1))^2)^{1/2}}$

Les non-linéarités de l'AOP empêchent l'amplitude de croître jusqu'à la saturation et l'oscillation se stabilise.

$R_2 \sim 2R_1$ donc $\boldsymbol{\omega = 1/RC}$ **et** $\boldsymbol{T = 2\pi/\omega = 2\pi RC}$

Si $R_2/R_1 >> 2$, la solution n'est plus du tout sinusoïdale, il y a une forte distortion.