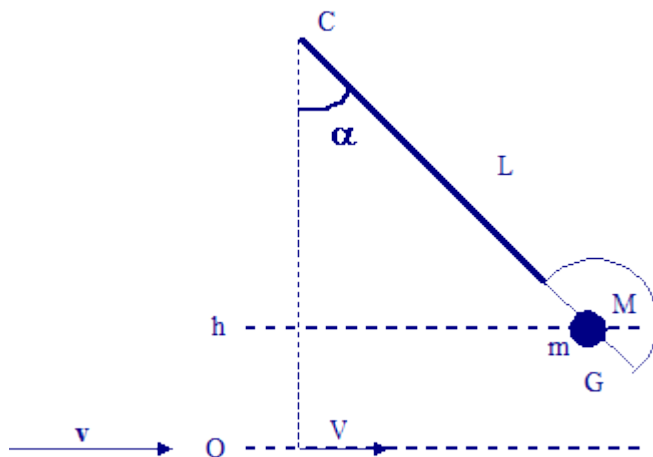


par Gilbert Gastebois

Le pendule balistique est un système permettant de mesurer la vitesse  $v$  d'un projectile de masse  $m$ . Le projectile se fiche dans un pendule vertical de masse  $M$ . Il lui transmet sa quantité de mouvement et le pendule de masse  $M + m$  s'écarte d'un angle  $\alpha$ . La mesure de  $\alpha$  permet de calculer la vitesse  $v$  du projectile.

## 1. Schéma



$L$  Longueur du pendule

$L = OC = CG$

$m$  Masse du projectile

$M$  Masse du pendule

$\mathbf{p} = \mathbf{m} \mathbf{v}$  Quantité de mouvement totale avant le choc

$\mathbf{p}'$  Quantité de mouvement totale après le choc

$h$  Altitude maximale atteinte par le pendule

$\alpha$  Élongation angulaire maximale

$h = L - L \cos(\alpha) = 2L \sin^2(\alpha/2)$

## 2. Conservation de la quantité de mouvement au cours du choc

On étudie le choc mou des deux masses

Deuxième loi de Newton :  $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \Sigma \mathbf{F} = \Sigma \mathbf{F}_{\text{ext}} + \Sigma \mathbf{F}_{\text{int}} = \mathbf{0} + \mathbf{F}_{1 \text{ choc}} + \mathbf{F}_{2 \text{ choc}} = \mathbf{0}$  car

$\mathbf{F}_{1 \text{ choc}} + \mathbf{F}_{2 \text{ choc}} = \mathbf{0}$  (3ème loi de Newton)

donc  $\mathbf{p} = \text{constante}$  donc

$\mathbf{p} = \mathbf{p}'$

$\mathbf{p} = \mathbf{m} \mathbf{v}$

$\mathbf{p}' = (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \mathbf{V}$

$\mathbf{p} = \mathbf{p}'$  donc

$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{m}}{(\mathbf{m} + \mathbf{M})} \mathbf{v}$

### 3. Altitude maximale h

Conservation de l'énergie mécanique :

$$\text{En O : } E_c + E_p = \frac{1}{2} (m + M) V^2 + 0$$

$$\text{A l'arrêt : } E_c + E_p = 0 + (m + M) g h$$

$$\frac{1}{2} (m + M) V^2 = (m + M) g h$$

$$h = \frac{2L \sin^2(\alpha/2)}{1} \quad \text{donc}$$

$$V^2 = \frac{4gL \sin^2(\alpha/2)}{1}$$

$$h = \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{m}{m + M} v \quad \text{donc}$$

$$v = \frac{2(m + M)}{m} (gL)^{1/2} \sin(\alpha/2)$$

Si  $\alpha$  est petit,  $\sin(\alpha/2) = \alpha/2$  donc  $v \sim \frac{2(m + M)}{m} (gL)^{1/2} \alpha$  (  $v$  est alors proportionnel à  $\alpha$  )

### 4. Vitesses mesurables

Le pendule doit s'arrêter avant que  $\alpha = 180^\circ$  donc

$$v < \frac{2(m + M)}{m} (gL)^{1/2}$$

Pour que la mesure soit suffisamment précise, il faut aussi que  $\alpha$  soit suffisant, il faut donc adapter  $M$  à la vitesse à mesurer.