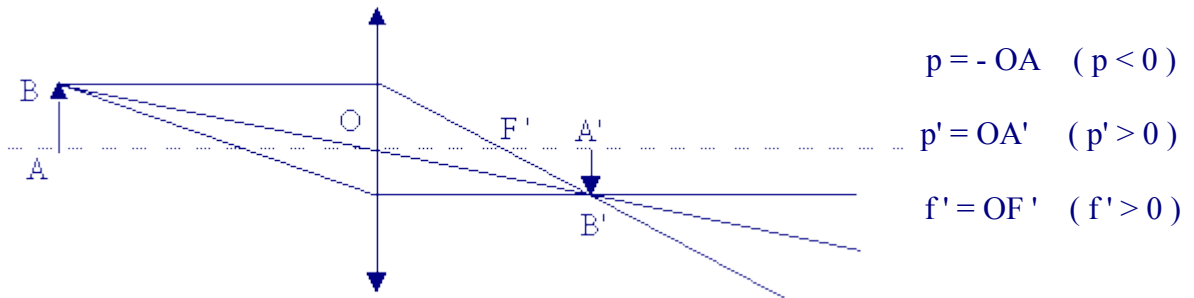


## 1. Les lentilles minces dans les conditions de Gauss

### 1.1 Schéma des rayons lumineux dans une lentille stigmatique.



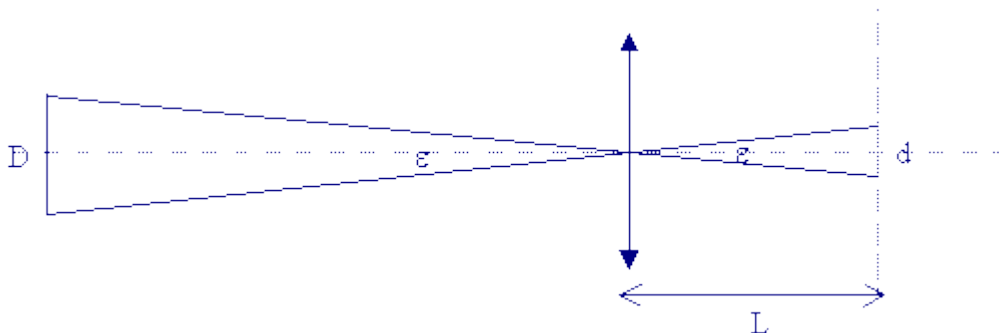
### 1.2 Relation de conjugaison des lentilles

$$1/p' - 1/p = 1/f'$$

$$p < 0 \text{ donc on a : } 1/OA' + 1/OA = 1/OF'$$

## 2. L'angle de netteté

### 2.1 Schéma



L profondeur de l'appareil photo ( distance objectif-pellicule )  
 D distance séparant 2 points qui ne peuvent être séparés à l'œil nu  
 $\varepsilon$  angle de netteté  
 d taille de l'image de D sur la pellicule

### 2.2 Angle de netteté

L'œil ne peut séparer deux points qui sont trop proches. S'ils sont vus sous un angle  $\varepsilon$  inférieur à une certaine limite appelée pouvoir séparateur de l'œil, ils sont confondus. Dans ces conditions, si un point forme une image qui est une tache de diamètre  $d$  inférieur à  $L\varepsilon$  sur la pellicule, cette image sera vue comme nette.

Pourquoi, un point donnerait une image non ponctuelle ?

Une première possibilité serait que l'objectif serait de mauvaise qualité ( conditions de Gauss non respectées, notamment à grande ouverture du diaphragme ). On oubliera cette possibilité en considérant un objectif parfait.

L'autre possibilité est que la mise au point n'est pas parfaite.

La profondeur de champ représente la zone où un objet peut se trouver en donnant une image considérée comme nette sur la pellicule.

Le pouvoir séparateur de l'œil est voisin de  $1' = 1/3400$  rd pour des points très contrastés, mais supérieur pour des points peu contrastés. On a donc pris une valeur moyenne  $\varepsilon = 1/1500$

Ex : Pour un objectif de 50 mm, on a  $d = L\varepsilon = 1/30$  mm = 33  $\mu$ m, ce qui n'est pas visible à l'œil nu.

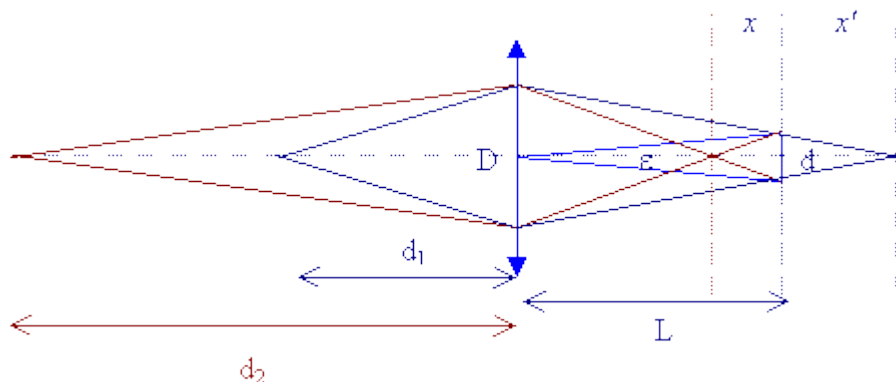
**Remarque :** Il existe un autre phénomène qui fait que l'image d'un point n'est pas ponctuelle, même pour un objectif parfait et une mise au point parfaite, c'est la diffraction de la lumière entrant par le diaphragme.

L'angle sous-tendu par la tache image est égal à  $2 \lambda/\Phi$  ( $\lambda$  étant la longueur d'onde de la lumière voisine de 0,5  $\mu$ m et  $\Phi$  le diamètre utile de l'objectif).

Pour que cet angle dépasse  $\varepsilon$ , il faudrait que  $\Phi$  soit inférieur à  $3000 \lambda = 1,5$  mm. Dans ces conditions la diffraction n'est jamais un problème à prendre en compte.

### 3. La profondeur de champ : Réglage de l'ouverture

#### 3.1 Schéma



$\varepsilon$  angle de netteté

$d$  diamètre de la tache image :  $d = L\varepsilon$

$D$  diamètre de l'ouverture =  $f'/n$  ( $n$  : "ouverture" du diaphragme)

$L$  profondeur de l'appareil photo ( distance objectif-pellicule )

$d_1$  distance minimale de netteté

$d_2$  distance maximale de netteté

$d_2 - d_1$  profondeur de champ

$x + x'$  est la profondeur de foyer. Tout objet placé à une distance  $l$  comprise entre  $d_1$  et

$d_2$  donne une image nette. Chaque point de l'objet donne une image de diamètre inférieur à  $d$  sur la pellicule. La distance de mise au point parfaite est  $d_0$ .

La valeurs de l'ouverture  $n$  sont des nombres qui se suivent de manière que, en général, chacun soit le précédent multiplié par racine de 2. On a des valeurs comme 2 ; 2,8 ; 4 ; 5,6 ; 8 ; 11 ; 16 ; 22 ; 32, ce qui correspond à une surface de diaphragme qui est divisée par 2 à chaque valeur successive :

$$S = \pi D^2/4 = \pi f'^2/(4n^2)$$

#### 3.2 Expressions de la profondeur de champ.

Théorème de Thalès :

$$x'/d = (L + x')/D \quad \text{donc} \quad x' (1/d - 1/D) = L/D \quad \text{et} \quad x' = Ld/(D - d)$$

$$x/d = (L - x)/D \quad \text{donc} \quad x (1/d + 1/D) = L/D \quad \text{et} \quad x = Ld/(D + d)$$

$$1/d_1 = 1/f' - 1/(L + x') = 1/f' - 1/(L + Ld/(D - d)) = 1/f' - (D - d)/LD$$

$$1/d_0 = 1/f' - 1/L \quad \text{donc} \quad 1/f' = 1/d_0 + 1/L$$

$$1/d_1 = 1/d_0 + 1/L - (D - d)/LD = 1/d_0 + D/LD - (D - d)/LD = 1/d_0 + d/LD = 1/d_0 + n\varepsilon/f'$$

$$d_1 = d_0 f' / (f' + n \epsilon d_0) = d_0 / (1 + n \epsilon d_0 / f')$$

$$1/d_2 = 1/f' - 1/(L - x)$$

$$1/d_0 = 1/f' - 1/L \text{ donc } 1/f' = 1/d_0 + 1/L$$

$$1/d_2 = 1/d_0 + 1/L - (D + d)/LD = 1/d_0 + D/LD - (D + d)/LD = 1/d_0 - d/LD = 1/d_0 - n \epsilon / f'$$

$d_2 = d_0 f' / (f' - n \epsilon d_0) = d_0 / (1 - n \epsilon d_0 / f')$  Si  $n \epsilon d_0 / f' > 1$ ,  $d_2$  est négatif. Ca n'a pas de signification physique. La zone de netteté va alors jusqu'à l'infini comme quand  $n \epsilon d_0 / f' = 1$ .

**Profondeur de champ :**

$$d_2 - d_1 = d_0 / (1 - n \epsilon d_0 / f') - d_0 / (1 + n \epsilon d_0 / f') = 2 n \epsilon d_0^2 / f' / (1 - n^2 \epsilon^2 d_0^2 / f'^2)$$

$$d_2 - d_1 = 2 n \epsilon d_0^2 / (f' - n^2 \epsilon^2 d_0^2 / f')$$

$$1/d_1 + 1/d_2 = 2/d_0$$

$$1/d_1 + 1/d_2 = (d_2 + d_1) / d_1 d_2 = 2/d_0$$

$$d_0 = 2 d_1 d_2 / (d_2 + d_1)$$

$$1/d_1 - 1/d_2 = 2 n \epsilon / f'$$

$$1/d_1 - 1/d_2 = (d_2 - d_1) / d_1 d_2 = 2 n \epsilon / f'$$

$n = f' (d_2 - d_1) / (2 \epsilon d_1 d_2)$  **n est l'ouverture à utiliser pour obtenir une certaine profondeur de champ  $d_2 - d_1$**

**Expression approchée.**

$$d_1 d_2 = d_0^2 / (1 - n^2 \epsilon^2 d_0^2 / f'^2)$$

Si  $n^2 \epsilon^2 d_0^2 / f'^2 \ll 1$  ( On peut prendre  $n^2 \epsilon^2 d_0^2 / f'^2 < 1/10$  ou  $d_0 < 500 f' / n$  ) on a  $d_1 d_2 = d_0^2$

$n = f' (d_2 - d_1) / (2 \epsilon d_0^2)$  si  $d_0 < 500 f' / n$  ce qui correspond à un portrait.

Ex : Photo avec une focale de 50 mm d'une personne placée à 2 m avec une profondeur de champ de 30 cm pour bien isoler le portrait du fond.

$n = 0,05 \times 0,3 / (2 \times 4 / 1500) = 2,8$  ( $n^2 \epsilon^2 d_0^2 / f'^2 = 5,6 \cdot 10^{-3}$  ce qui est très inférieur à 1 : l'approximation est donc valable)

**Remarque :**

En macrophotographie, on se place très près du sujet,  $d_0$  est très faible donc n peut être grand, même pour une faible profondeur de champ, si  $f'$  est petit. Il faut alors beaucoup fermer le diaphragme. Cela entraîne un manque de lumière et la nécessité d'un temps de pose long.

Prenons par exemple le cas d'une image sur la pellicule de taille égale à l'objet, on a alors  $d_0 = 2 f'$

$n = (d_2 - d_1) / (8 \epsilon f')$  ou  $d_2 - d_1 = 8 n \epsilon f' = 5,3 \cdot 10^{-3} n f'$  ( La profondeur de champ est

proportionnelle à la focale à ouverture donnée et est plutôt faible en général : 2 mm pour une focale de 50 mm ouverte à 8 )

Par exemple : Photo d'un insecte placé à 100 mm avec une focale de 50 mm. On a ainsi une image de taille égale à celle de l'insecte. On veut une profondeur de champ de 6 mm pour que l'insecte soit entièrement net ( difficile de faire moins! ).

$n = (d_2 - d_1) / (8 \epsilon f') = 0,006 / (8 \times 0,05 / 1500) = 22,5$  ( On prendra donc  $n = 22$ , c'est très fermé )

Maintenant, on prend un petit téléobjectif : insecte placé à 270 mm avec une focale de 135 mm.

$n = (d_2 - d_1) / (8 \epsilon f') = 0,006 / (8 \times 0,135 / 1500) = 8,33$  ( On prendra donc  $n = 8$ , ce qui est beaucoup plus confortable )

### 3.3 La profondeur de champ du point de vue du photographe.

$d_1$  et  $d_2$  dépendent de  $f'$ , mais pour un photographe, il ne semble pas qu'elles en dépendent quand  $d_0 \gg f'$ . Pourquoi ?

Le photographe s'intéresse à son cadre, il choisit une focale qui correspond à sa distance par rapport à son sujet ou il se place à une distance correspondant à sa focale, bref, il choisit un grandissement  $\gamma = H'/H$  ( $H'$  hauteur de la pellicule ou de la plaque de capteurs et  $H$  taille du cadre à photographier) et adapte la distance  $d_0$  à sa focale  $f'$ .

$$1/d_0 = 1/f' - 1/L \quad \text{et} \quad g = H'/H = L/d_0 \quad \text{donc} \quad L = \gamma d_0$$

$$1/d_0 = 1/f' - 1/(\gamma d_0) \quad \text{donc} \quad 1/f' = 1/d_0 + 1/(\gamma d_0) = (\gamma + 1)/(\gamma d_0)$$

$$d_1 = d_0 / (1 + n\varepsilon d_0 / f') = d_0 / (1 + n\varepsilon(\gamma + 1)/\gamma)$$

$$d_2 = d_0 / (1 - n\varepsilon d_0 / f') = d_0 / (1 - n\varepsilon(\gamma + 1)/\gamma)$$

$$d_1 = d_0 / (1 + n\varepsilon(\gamma + 1)/\gamma)$$

$$d_2 = d_0 / (1 - n\varepsilon(\gamma + 1)/\gamma)$$

**donc  $d_2 - d_1$  ne dépend plus de  $f'$  mais seulement du grandissement choisi.**

**Remarque :** Pour un cadre donné,  $\gamma$  dépend de la taille de la pellicule ou de la plaque de capteurs. La profondeur de champ dépend donc de cette taille. Comme en général,  $\gamma \ll 1$ , on voit que  $d_2 - d_1$  diminue avec cette taille. C'est la raison pour laquelle les photos

numériques ont plus de profondeur de champ à réglage identique que les photos argentiques.

Pellicule : 24 x 36 mm et plaque 6 x 9 mm.  $\gamma$  est donc 4 fois plus petit pour un appareil numérique et la profondeur de champ est 4 fois plus grande !

## 4. L'hyperfocale : Réglage " tout venant "

### 4.1 Définition

L'hyperfocale est la distance de mise au point  $d_0$  qui donne la plus grande profondeur de champ pour un réglage donné. C'est la valeur  $d_0$  qui donne  $d_2$  à l'infini. On la note en général  $h$ .

$$d_2 = d_0 / (1 - n\varepsilon d_0 / f') \text{ est infini si } 1 - n\varepsilon d_0 / f' = 0 \text{ donc si } d_0 = h = f' / n\varepsilon$$

$$h = f' / (n\varepsilon)$$

### 4.2 Distance minimale de netteté à l'hyperfocale

$$d_1 = d_0 / (1 + n\varepsilon h / f') = h / (1 + 1) = h / 2$$

$$d_1 = h / 2 = f' / (2n\varepsilon)$$

$$n = f'(d_2 - d_1) / (2\varepsilon d_1 d_2), \quad d_2 \text{ est infini donc } n = f' / (2\varepsilon d_1) = f' / (\varepsilon h)$$

$$n = f' / (\varepsilon h)$$

L'intérêt de l'hyperfocale est d'obtenir une zone de netteté maximale allant jusqu'à l'infini. C'est le réglage des appareils bon marché non réglables et aussi le choix d'un photographe qui veut pouvoir prendre des photos inopinées qui ne laissent pas le temps de faire la mise au point.

### 4.3 Relations en fonction de l'hyperfocale $h$

$$1/d_1 = 1/d_0 + n\varepsilon/f' = 1/d_0 + 1/h$$

$$1/d_1 = 1/d_0 + 1/h$$

$$d_1 = d_0 / (1 + d_0/h)$$

$$1/d_2 = 1/d_0 - n\varepsilon/f' = 1/d_0 - 1/h$$

$$1/d_2 = 1/d_0 - 1/h$$

$$d_2 = d_0 / (1 - d_0/h)$$

$$d_2 - d_1 = 2hd_0^2 / (h^2 - d_0^2)$$

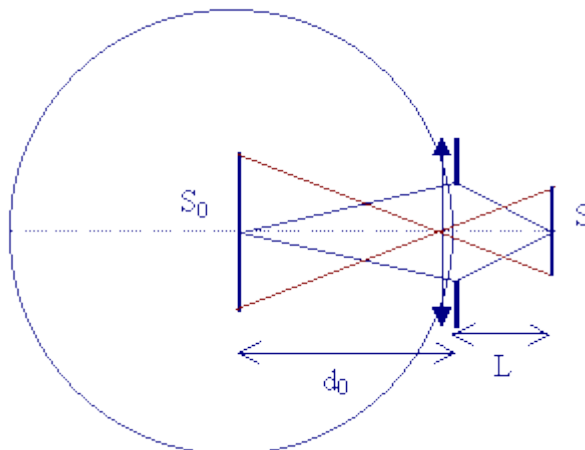
**Remarque :** Si on fait le point sur l'infini,  $d_0$  est infini, ce qui donne  $d_1 = f' / (n\epsilon) = h$

Si on fait le point sur l'infini, la distance minimale de netteté est à l'hyper focale.

Si on fait le point sur l'hyper focale, la distance minimale de netteté est à la moitié de l'hyper focale.

## 5. Luminosité : Réglage du temps de pose ( ou de la "vitesse" )

### 5.1 Schéma



$S_0$  Surface du cadre photographié

$S$  Surface de la pellicule ou des capteurs

$d_0$  Distance de mise au point

$L$  Profondeur du boîtier

$D = f' / n$  Diamètre de l'ouverture

$t_p$  Temps de pose est le temps d'ouverture de l'objectif

### 5.2 Détermination du temps de pose

Le temps de pose  $t_p$  est la durée d'exposition de la pellicule ou des capteurs. On l'appelle aussi "vitesse d'obturation", mais c'est un abus de langage car il s'agit bien d'une durée : 1/1000 s, 1/500 s, 1/250 s, 1/125 s, 1/64 s, etc...

La surface  $S_0$  émet une intensité lumineuse  $I_0$ , c'est la puissance lumineuse émise par une unité de surface.

La puissance lumineuse  $P_0$  vaut donc  $P_0 = I_0 S_0$ .

Une partie de cette puissance pénètre dans l'appareil, c'est

$$P = P_0 \pi D^2 / 4 / (4\pi d_0^2) = P_0 D^2 / (16d_0^2) = I_0 S_0 D^2 / (16d_0^2)$$

L'intensité lumineuse  $I$  arrivant sur la pellicule sera donc  $P/S = I_0 S_0 D^2 / (16d_0^2) / S$

$$S_0/S = d_0^2 / L^2 \text{ donc } I = I_0 d_0^2 D^2 / (16d_0^2 L^2) = I_0 D^2 / (16L^2)$$

Chaque unité de surface de la pellicule doit recevoir une énergie moyenne

$$E = I t_p \text{ ( } t_p \text{ est le temps de pose )}$$

$$E = I_0 D^2 / (16L^2) t_p \text{ E dépend de la sensibilité de la pellicule}$$

$$D = f' / n, \text{ donc } E = I_0 f'^2 / (16L^2 n^2) t_p$$

$t_p = 16L^2 E / (I_0 f'^2) n^2$  Au passage d'une valeur de  $n$  à la suivante,  $n$  est multipliée par  $2^{1/2}$  donc  $t_p$  est multiplié par 2.

**Expression approchée :**

Si l'objet photographié est à une distance "normale",  $d_0 \gg f'$  donc  $L$  est très proche de  $f'$  et

$$t_{pn} = 16E / (I_0) n^2$$

### Remarque :

En macrophotographie, on peut avoir par exemple  $L = 2f'$ , on a alors  $t_p = 64E/(I_0) n^2 = 4 t_{pn}$ , ce qui est 4 fois plus long que le temps de pose pour un objet éloigné émettant la même intensité lumineuse  $I_0$ .

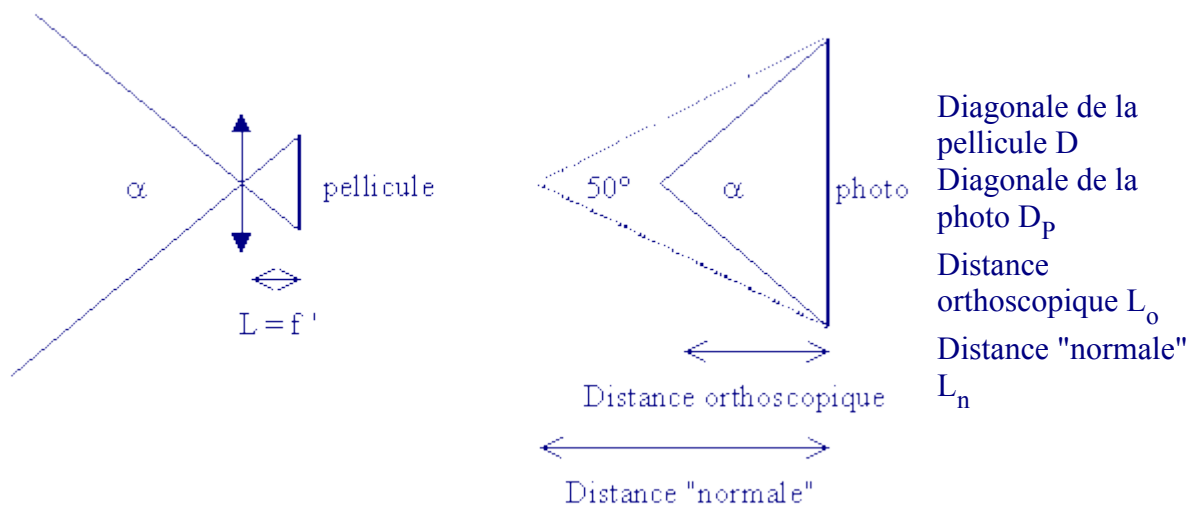
La macrophotographie demande une ouverture assez fermée pour avoir assez de profondeur de champ, ce qui augmente le temps de pose  $t_{pn}$  et en plus ce temps est multiplié par le rapport  $(L/f')^2$  ! Alors utilisez un pied et demandez à votre sujet de ne pas bouger..

## 6. Profondeur de champ et luminosité

Pour obtenir une grande profondeur de champ, il faut fermer le diaphragme (  $n$  élevé ). Cependant en fermant le diaphragme, on augmente la diffraction, ce qui peut nuire à la netteté et on diminue l'intensité lumineuse qui atteint la pellicule ou les capteurs, ce qui oblige à augmenter le temps de pose ou à utiliser une pellicule plus sensible, ce qui augmente le grain ou le bruit de fond pour les capteurs. Pour obtenir une faible profondeur de champ, par exemple pour bien dégager le sujet photographié du fond, il faut ouvrir le diaphragme ( $n$  faible). On a alors beaucoup de lumière et un temps de pose faible. En revanche, si on a un objectif médiocre, on peut se retrouver en dehors des conditions de Gauss et obtenir une image dégradée. Tout est affaire de compromis.

## 7. Distance orthoscopique

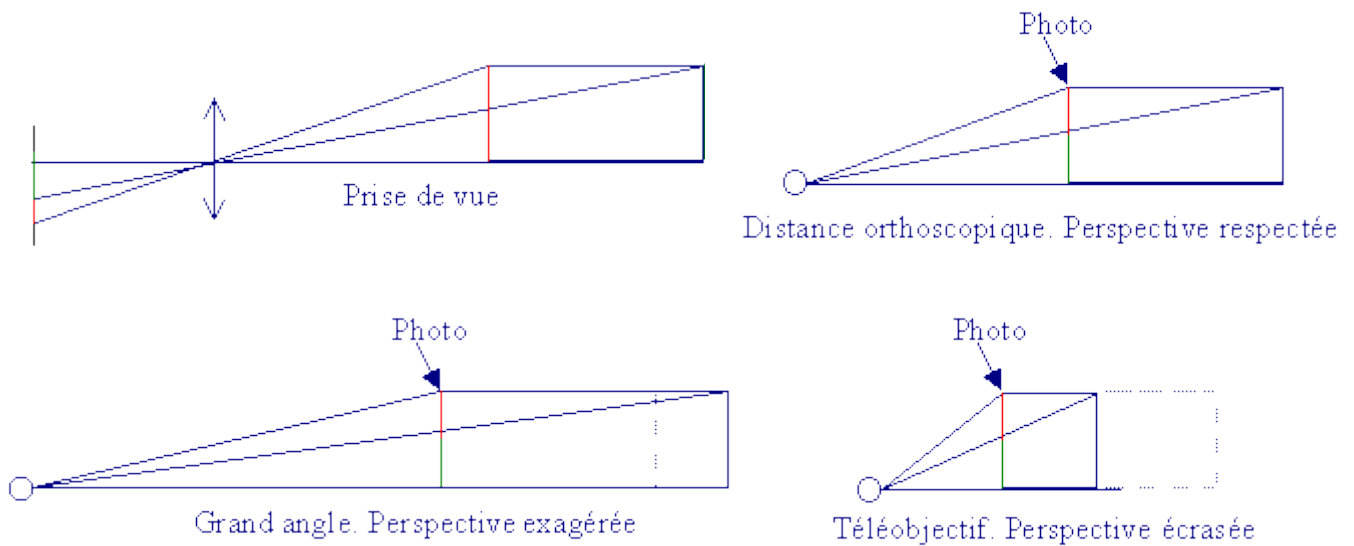
### 7.1 Schéma



### 7.2 Distance "normale" d'observation d'une photo

Pour observer une grande photo ( diagonale  $> 30$  cm ), on se place spontanément à une distance un peu supérieure à sa diagonale. Le champ occupé par la photo fait alors un angle voisin de  $50^\circ$ . C'est la distance "normale" d'observation.

Le problème, c'est qu'à cette distance, l'angle d'observation est en général différent de l'angle  $\alpha$  de prise de vue. La conséquence est une déformation de la perspective. Si  $\alpha$  est plus grand que  $50^\circ$  ( objectif grand angle), la perspective est exagérée et si  $\alpha$  est plus petit que  $50^\circ$  ( téléobjectif ), la perspective est écrasée.



### 7.3 Distance orthoscopique d'observation d'une photo

Pour que la perspective soit respectée à l'observation, il faudrait se placer à une distance de la photo telle que l'angle occupé par la photo soit identique à l'angle  $\alpha$  de prise de vue. Cette distance est appelée la distance orthoscopique. La perspective est respectée, mais le confort d'observation n'est pas optimal, trop près avec un grand angle et trop loin avec un téléobjectif.

On a  $D/L = D_p/L_o$

$L$  est voisin de  $f'$  donc  $D/f' = D_p/L_o$  et  $L_o = D_p/D f'$

Exemple : Photo de diamètre  $D_p = 60$  cm tirée à partir d'une pellicule  $24 \times 36$  mm ( diagonale  $D = 43$  mm ).

Grand angle  $f' = 28$  mm :  $L_o = D_p/D f' = 39$  cm On a le nez sur la photo.

Téléobjectif  $f' = 200$  mm :  $L_o = D_p/D f' = 2,8$  m On est vraiment loin.

En pratique, on préférera se placer à 70 cm de la photo, même si la perspective est alors faussée.

### 7.4 Objectif orthoscopique

Un objectif orthoscopique est un objectif qui donnera la bonne perspective sur la photo observée à la distance "normale".

Ce sera le cas si  $\alpha = 50^\circ$ . Il faudra donc que  $D/(2f') = \tan 25^\circ$  et donc

$f' = D/(2 \tan 25^\circ) = 1,1 D$

Pour une pellicule  $24 \times 36$  mm ( $D = 43$  mm ),  $f' = 47,5$  mm ( On prend 50 mm )

Pour les formats  $24 \times 36$  mm, l'objectif orthoscopique est l'objectif de 50 mm.

Pour un capteur  $6 \times 9$  mm, c'est un objectif de 12 mm